**Вариант 10**

1. На каждые 12 изделий в бреднем приходится 5 – бракованных. Какова вероятность того, что среди взятих наугад 4-х изделий 2 – будут бракованными?

Решение:

Имеем схему Бернулли с параметрами

*р =* 5/12 (вероятность того, что изделие – бракованное),

*n* = 4 (число испытаний),

*k* = 2 (число «успехов», бракованных изделий).

Используем формулу Бернулли (вероятность того, что в *n* испытаниях событие произойдёт *k* раз.

$$P\_{n}\left(k\right)=C\_{n}^{k}∙p^{k}∙\left(1-p\right)^{n-k};$$

$$P\_{4}\left(2\right)=C\_{4}^{2}∙\left(\frac{5}{12}\right)^{2}∙\left(1-\frac{5}{12}\right)^{4-2}=\frac{4!}{2!∙\left(4-2\right)!}∙\left(\frac{5}{12}\right)^{2}∙\left(1-\frac{5}{12}\right)^{4-2}=$$

$$=\frac{2!∙3∙4}{2!∙2}∙\left(\frac{5}{12}\right)^{2}∙\left(1-\frac{5}{12}\right)^{4-2}=0,3545. $$

Ответ: $P\_{4}\left(2\right)=0,3545$.

2. Найдите вероятность того, что событие А произойдёт 70 раз в 100 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,8.

Решение:

По условию *р* = 0,8.

Вероятность противоположного события: *q* = 1– *p* = 1 – 0,8 = 0,2.

По формуле Лапласса:

$$P\_{n}\left(k\right)≈\frac{1}{\sqrt{npq}}∙φ\left(x\right),$$

где $x=\frac{k-np}{\sqrt{npq}},$ $φ\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2π}}e^{-\frac{x^{2}}{2}}$

Найдём $x$ и $φ\left(x\right)$:

$x=\frac{70-100∙0,8}{\sqrt{100∙0,8∙0,2}}=-0,625,$

$φ\left(x\right)=\frac{1}{\sqrt{2π}}e^{-\frac{(-0,625)^{2}}{2}}=0,328$.

Найдём вероятность искомого события:

$$P\_{100}\left(70\right)≈\frac{1}{\sqrt{100∙0,8∙0,2}}∙0,328=0,02.$$

Ответ: $P\_{100}\left(70\right)=0,02$.

3. Вероятность появления события в каждом из 1000 испытаний равна 0,85. Найдите вероятность того, что это испытание появится от 820 до 880 раз.

Решение:

Имеем схему Бернулли с параметрами

*n* = 1000 (число испытаний),

*р =* 0,85 (вероятность появления события),

*q = 1 – p* = 1 – 0,85 = 0,15 (вероятность непоявления события).

Так как *n* достаточно велико, используем интегральную теорему Лапласса для подсчёта вероятности:

$$P\_{n}\left(m1, m2\right)=Ф\left(\frac{m2-np}{\sqrt{npq}}\right)-Ф\left(\frac{m1-np}{\sqrt{npq}}\right),$$

где *m1* = 820, *m2* = 880, *Ф* – функція Лапласса (значения берутся из таблицы).

Подставляем:

$$P\_{1000}\left(820, 880\right)=Ф\left(\frac{880-1000∙0,85}{\sqrt{1000∙0,85∙0,15}}\right)-Ф\left(\frac{820-1000∙0,85}{\sqrt{1000∙0,85∙0,15}}\right)=$$

$$=Ф\left(2,66\right)-Ф\left(-2,66\right)=2∙Ф\left(2,66\right)=2∙0,4961=0,9922.$$

Ответ: $P\_{1000}\left(820, 880\right)=0,9922$.