

1. Самостійна робота 11. КРА (24.05.2023)

10 баллов

 **Добавить публичный комментарий**

Для ваших даних виконати дослідження взаємозв'язку між ознаками методом кореляційно-регресійного аналізу тільки для лінійної регресії (КРА метод). Завдання виконати в робочому зошиті, зробити фото зошита та приєднати їх до цього завдання. Бажаю успіхів!

x_i	1,5	2,0	3,5	4,0	5,5	6,0	6,5	8,0	9,0	10,5	11,5	12,0	13,0	14,5	15,0
y_i	7,90	3,74	8,42	3,45	6,56	6,47	5,02	4,07	1,35	3,50	2,47	8,21	2,65	4,05	3,25

Виміряємо ступінь монотонної залежності між двома змінними, незалежно від того, чи є ця залежність лінійною, чи ні. Для встановлення наявності взаємозв'язку між змінними x_i і y_i використаємо коефіцієнт кореляції Спірмена. З його допомогою вимірюють ступінь лінійної або монотонної залежності між змінними.

x_i	1,50	2,00	3,50	4,00	5,50	6,00	6,50	8,00	9,00	10,50	11,50	12,00	13,00	14,50	15,00
y_i	7,90	3,74	8,42	3,45	6,56	6,47	5,02	4,07	1,35	3,50	2,47	8,21	2,65	4,05	3,25
$y_i - x_i$	6,40	1,74	4,92	-0,55	1,06	0,47	-1,48	-3,93	-7,65	-7,00	-9,03	-3,79	-10,35	-10,45	-11,75
$(y_i - x_i)^2$	40,96	3,0276	24,206	0,3025	1,1236	0,2209	2,1904	15,445	58,523	49	81,541	14,364	107,12	109,2	138,06
$\sum (y_i - x_i)^2$	645,29														
r_s	-0,152														

Оскільки

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum (y_i - x_i)^2}{15 \cdot (15^2 - 1)} \approx -0,152$$

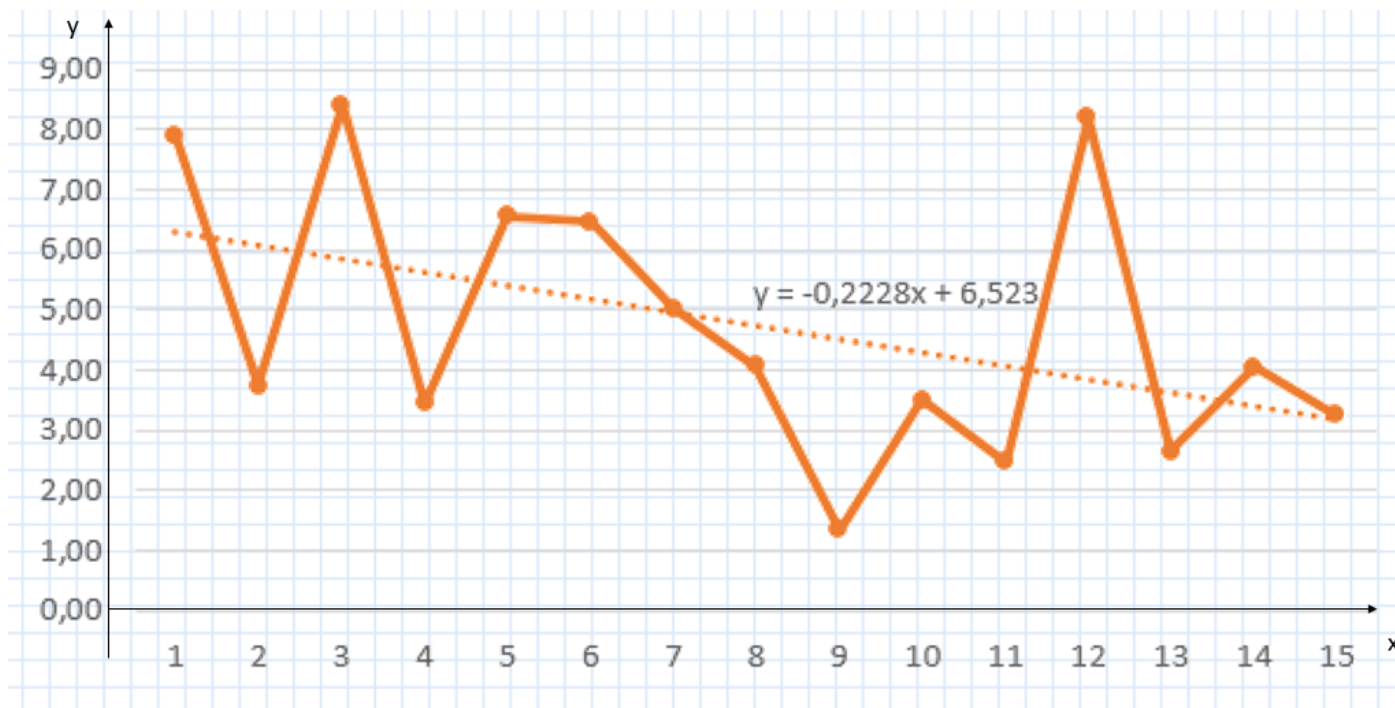
це свідчить про слабку зворотну лінійну залежність між двома величинами. Знак "-" вказує на зворотну залежність, а значення 0,152 вказує на відносно низький ступінь кореляції. Тоді припустимо лінійну залежність, тобто $y(x) = ax + k$, де

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{15} (x_i - x_{\text{сеп}})(y_i - y_{\text{сеп}})}{\sum_{i=1}^{15} (x_i - x_{\text{сеп}})^2}$$

$$k = y_{\text{сеп}} - x_{\text{сеп}} \cdot a$$

x_i	1,50	2,00	3,50	4,00	5,50	6,00	6,50	8,00	9,00	10,50	11,50	12,00	13,00	14,50	15,00
y_i	7,90	3,74	8,42	3,45	6,56	6,47	5,02	4,07	1,35	3,50	2,47	8,21	2,65	4,05	3,25
$x_{\text{сеп}} =$	8,166667														
$y_{\text{сеп}} =$	4,740667														
$x_i - x_{\text{сеп}}$	-6,66667	-6,16667	-4,66667	-4,16667	-2,66667	-2,16667	-1,66667	-0,16667	0,833333	2,333333	3,333333	3,833333	4,833333	6,333333	6,833333
$y_i - y_{\text{сеп}}$	3,159333	-1,00067	3,679333	-1,29067	1,819333	1,729333	0,279333	-0,67067	-3,39067	-1,24067	-2,27067	3,469333	-2,09067	-0,69067	-1,49067
$(x_i - x_{\text{сеп}})(y_i - y_{\text{сеп}})$	-21,0622	6,170778	-17,1702	5,377778	-4,85156	-3,74689	-0,46556	0,111778	-2,82556	-2,89489	-7,56889	13,29911	-10,1049	-4,37422	-10,1862
$\sum_{i=1}^{15} (x_i - x_{\text{сеп}})(y_i - y_{\text{сеп}})$	-60,2917														
$(x_i - x_{\text{сеп}})^2$	44,44444	38,02778	21,77778	17,36111	7,111111	4,694444	2,777778	0,027778	0,694444	5,444444	11,11111	14,69444	23,36111	40,11111	46,69444
$\sum_{i=1}^{15} (x_i - x_{\text{сеп}})^2$	278,3333														
a	-0,2228														
k	6,523														

Отже, $y(x) = -0,2228x + 6,523$.



Висновок: хоч залежність між y та x слабка, та між ними спостерігається певна кореляція, яка може мати вигляд лінійної залежності. За допомогою метода кореляційно-регресивного аналізу (КРА) знайдені нахил $a=0,654$ та перетин $k=4,3194$ шуканої лінійної залежності. Отже, метод кореляційно-регресивного аналізу надає можливість встановлювати параметри лінійної залежності для ознак x та y , між якими спостережено слабку кореляцію.

2. Самостійна робота 10. Метод комбінаційного групування (17.05.2023)

16 баллов

[Добавить публичный комментарий](#)

Необхідно сфотографувати свій зошит з виконаними завданнями самостійної роботи № 10 та прислати мені у GoogleКласс як результат.

Для того, щоб з'язувати, які дані вам необхідно обрати, потрібно відкрити файл Варіанти самостійної роботи № 10.pdf та знайти свій варіант.

1. Побудувати кореляційне поле.
2. Сформулювати гіпотезу на основі кореляційного поля щодо наявності взаємозв'язку між ознаками.
3. Дослідження провести методом комбінаційного групування.
4. Порівняти отримані результати, отримані у п. 2 та п. 3.

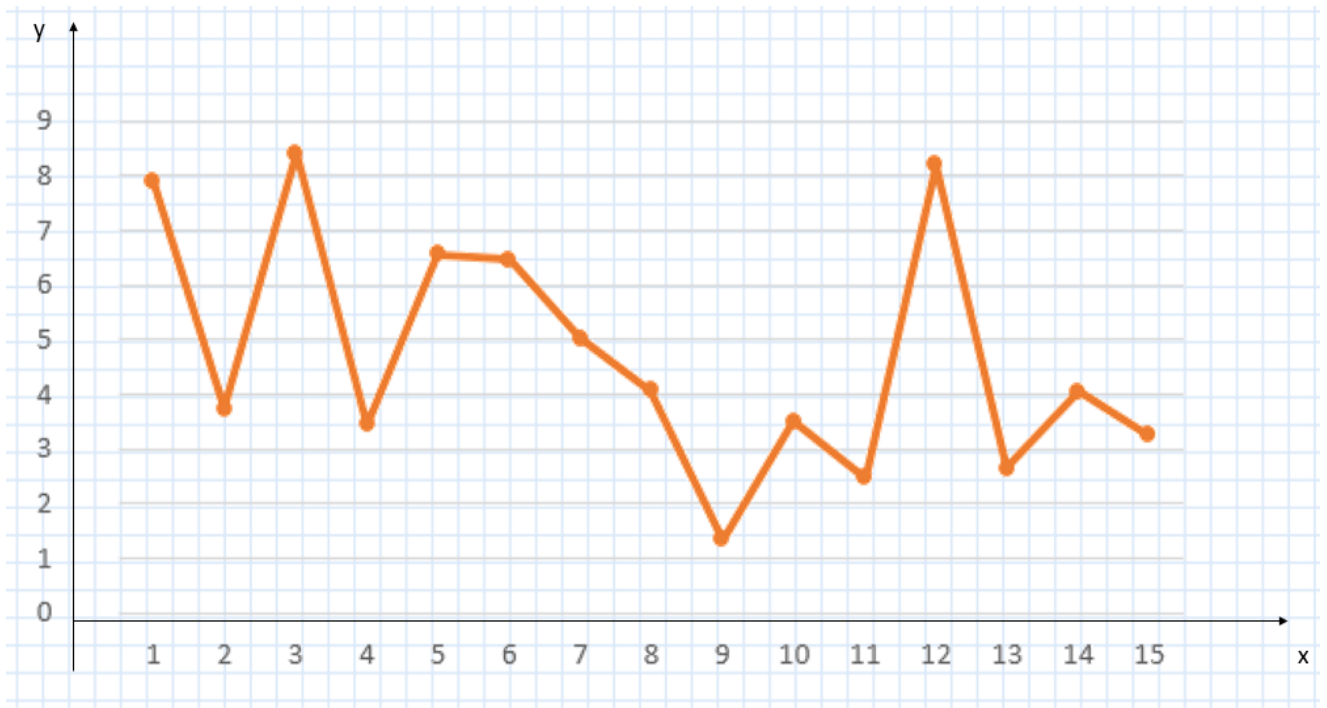
Необхідні параметри брати як в практичній роботі.

Кожен пункт завдання оцінюється в 4 бали. Вся самостійна робота – 16 балів.

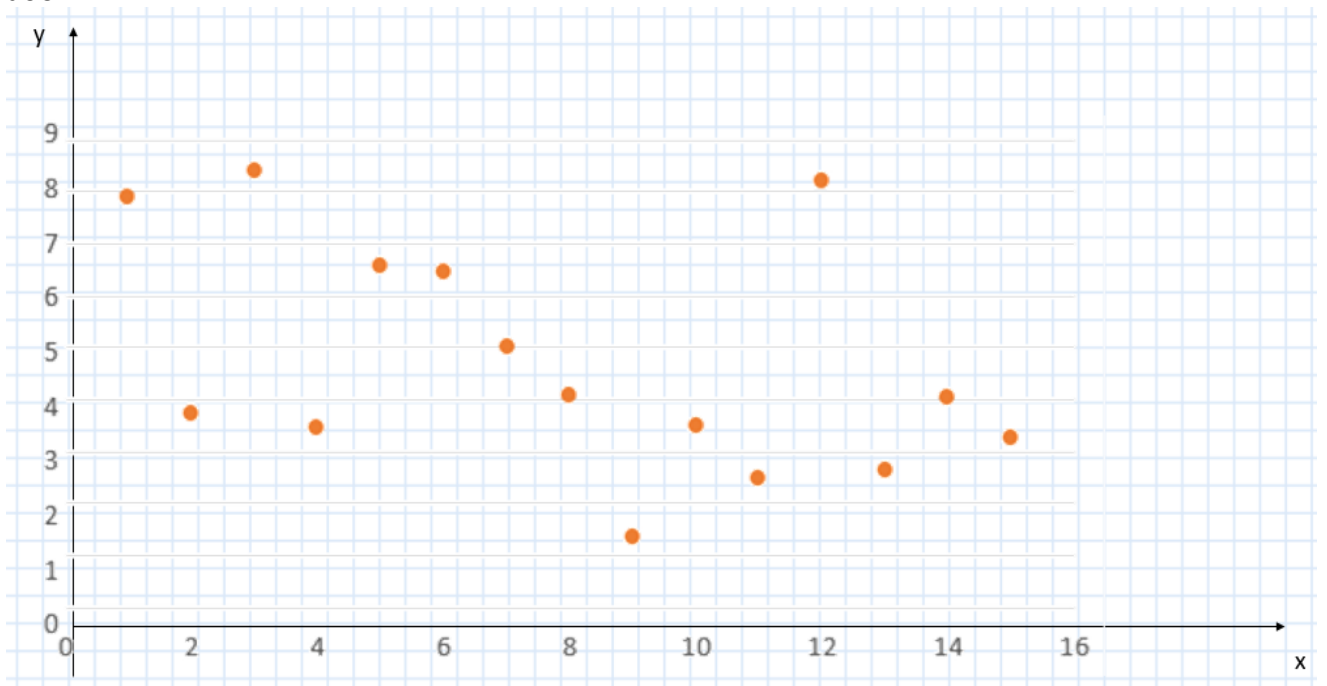
Бажаю Успіху!

x_i	1,5	2,0	3,5	4,0	5,5	6,0	6,5	8,0	9,0	10,5	11,5	12,0	13,0	14,5	15,0
y_i	7,90	3,74	8,42	3,45	6,56	6,47	5,02	4,07	1,35	3,50	2,47	8,21	2,65	4,05	3,25

1) Побудуємо графік залежності y від x за даними:



або:



2) Гіпотеза щодо наявності взаємозв'язку між ознаками:

а) Вважаємо наявність міцного взаємозв'язку, тому значення $y(x)$ поєднуємо суцільно. Через зигзагоподібні переходи між значеннями $y(x)$ можна попередньо припустити відсутність зв'язку між ознаками або, принаймні, наявність слабкої залежності.

б) Вважаємо наявність якого-небудь взаємозв'язку й шукаємо тенденції, тому будуємо точки на координатній площині. Бачимо хоч і хаотичне розташування точок, та спостерігається тренд слабкої зворотної лінійної залежності.

3) Виміряємо ступень монотонної залежності між двома змінними, незалежно від того, чи є ця залежність лінійною, чи ні. Для встановлення наявності взаємозв'язку між змінними x і y використаємо коефіцієнт кореляції Спірмена. З його допомогою вимірюють ступінь лінійної або монотонної залежності між змінними.

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot \sum (y_i - x_i)^2}{15 \cdot (15^2 - 1)} \approx -0,152$$

Отримане значення коефіцієнта говорить про слабкий зворотний взаємозв'язок між ознаками.

4) Порівняємо отримані результати

	Графік	Статистичні характеристики
Наявність взаємозв'язку	спостерігається тренд слабкої зворотної лінійної залежності	$r_s < 0$ та $ r_s \approx 0$, що говорить про слабкий зворотний взаємозв'язок між ознаками або про його відсутність
Наявність точок викиду	Так, велика кількість, три «піки» зліва (на початку) та один зправа (в кінці)	$r_s \approx -0,152$, що говорить про слабкий зворотний взаємозв'язок між ознаками або про його відсутність
Відхилення	спостерігається тренд слабкої зворотної лінійної залежності	$r_s \approx -0,152$, що говорить про слабкий зворотний взаємозв'язок між ознаками або про його відсутність, тому такі відхилення є

3.

Самостійна робота №8

Задана статистична сукупність з 16 елементів (див. номер варіанту).

Необхідно: 1) побудувати інтервальний варіаційний ряд; 2) побудувати графічне зображення за допомогою гістограми та зробити висновки щодо асиметрії та унімодальності сукупності; 3) знайти числові характеристики побудованого інтервального ряду: коефіцієнти асиметрії та ексцесу; 4) зробити висновки, щодо однорідності сукупності та форми розподілу; 5) порівняти результати отримані у п. 4 з результатами п. 2.

33	46	42	50	42	42	53	48	47	36	35	43	45	37	35	35	57
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

Розв'язання

- 1) Побудуємо інтервальний варіаційний ряд. Для цього визначимо такі параметри: R , m , h , де R – розмах варіації, m – кількість інтервалів (груп) в і. в. р., h – крок(довжина) кожного інтервалу.

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 57 - 35 = 22$$

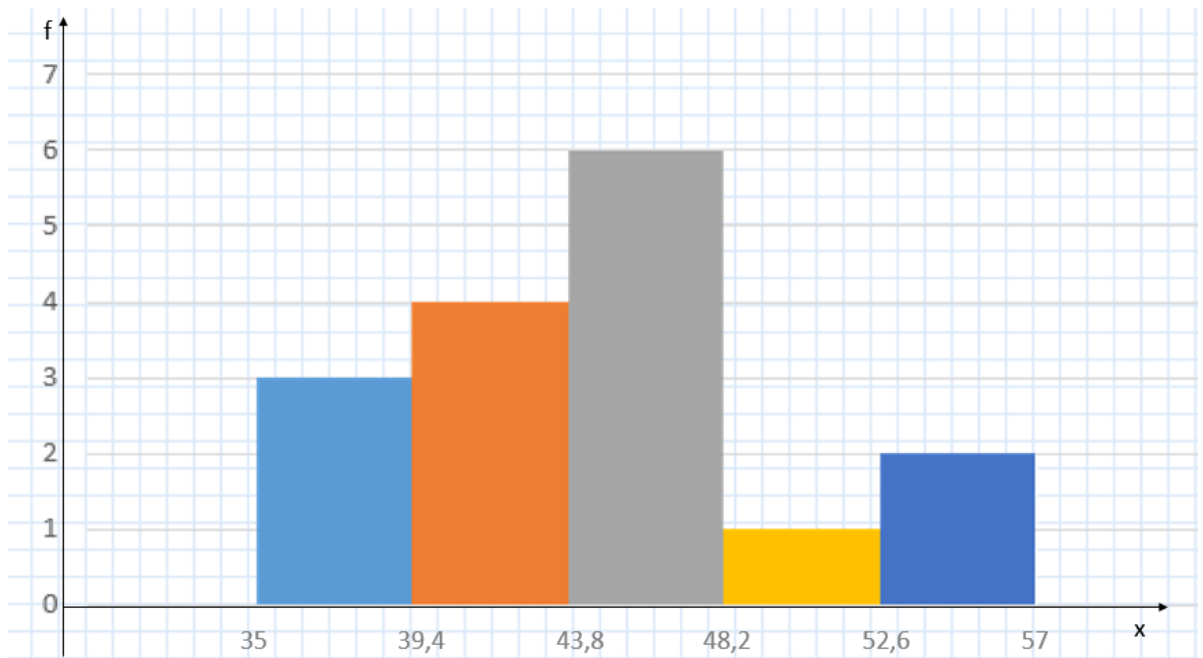
$$m = 1 + [\log_2 16] = 1 + 4 = 5$$

$$h = \frac{22}{5} = 4,4$$

Тому інтервальний варіаційний ряд має такі характеристики:

інтервал	$x_{i \min}$	$x_{i \max}$	частота
1	35	39,4	3
2	39,4	43,8	4
3	43,8	48,2	6
4	48,2	52,6	1
5	52,6	57	2

- 2) Будуємо графічне зображення інтервального варіаційного ряду за допомогою гістограми:



Висновок щодо асиметрії та унімодальності сукупності:

Гістограма показує, що розподіл варіативної величини має лівосторонню асиметрію, що свідчить про більші значення в зліва на розподілі. Розподіл варіативної величини має унімодальну структуру, що свідчить про наявність одної моди у сукупності.

3) Знаходимо числові характеристики побудованого інтервального ряду:

$$x_{\text{середнє}} = \frac{35 + 36 + 37 + 3 \cdot 42 + 43 + 3 \cdot 45 + 46 + 47 + 48 + 50 + 53 + 57}{16} = \frac{713}{16} \approx 45$$

мода₁=42, мода₂=45,

медіана=45,

розмах варіації=57-35=22

абсолютне відхилення=22/2=11

дисперсія $D =$

$$= \frac{1225 + 1296 + 1369 + 3 \cdot 1764 + 1849 + 3 \cdot 2025 + 2116 + 2209 + 2304 + 2500 + 2809}{16}$$

$$- 1986 \approx 32,5$$

$$\text{підправлена дисперсія } s^2 = \frac{16}{15} \cdot 32,5 \approx 34,7$$

$$\text{Вибіркове середнє квадратичне відхилення } \sigma = \sqrt{32,5} \approx 5,7$$

$$\text{Підправлене середнє квадратичне відхилення } s = \sqrt{34,7} \approx 5,9$$

$$\text{Коефіцієнт варіації } V = \frac{5,9}{44,563} \approx 0,132 = 13,2\%$$

$$\text{Коефіцієнт асиметрії } A = \frac{(-10)^3 + (-9)^3 + (-8)^3 + 3 \cdot (-3)^3 + (-2)^3 + 3 \cdot 0 + 1^3 + 2^3 + 3^3 + 5^3 + 8^3 + 12^3}{16} : 5,7^3 \approx 0,024$$

$$\text{Ексцес } E = \frac{(-10)^4 + (-9)^4 + (-8)^4 + 3 \cdot (-3)^4 + (-2)^4 + 3 \cdot 0 + 1^4 + 2^4 + 3^4 + 5^4 + 8^4 + 12^4}{16} : 5,7^4 - 3 \approx 86$$

4) Висновок щодо однорідності сукупності та форми розподілу:

а) Оскільки статистична сукупність має дві моди 42 та 45, то розподіл варіативної величини вважається багатомодальним. Наявність двох мод у вибірці може вказувати на наявність двох домінуючих груп або підгруп у сукупності, які мають різні значення варіативної величини.

б) Оскільки дисперсія випадкової величини дорівнює 32,5, це означає, що варіація даних у сукупності є відносно великою. Дисперсія є мірою розсіювання даних відносно середнього значення. Значення 32,5 вказує на те,

що спостерігаються значні коливання даних навколо середнього значення. Це свідчить про широкий розкид значень навколо середнього значення.

- в) Вибіркове середнє квадратичне відхилення дорівнює 5,7, що свідчить про відносно середнє розсіювання даних у вибірці.
- г) Коефіцієнт варіації становить 13,2%, що вказує на помірне розсіювання даних у вибірці.
- д) Коефіцієнт асиметрії дорівнює 0,024, що свідчить про симетрію розподілу даних у вибірці.
- е) Екссес дорівнює 86, що свідчить про високий рівень піковості розподілу. Це означає, що розподіл має дуже високу та вузьку вершину, з важливо більшою кількістю даних, зосереджених навколо середнього значення. Такий розподіл може мати важкий хвіст або викидні значення..

5) Порівняємо результати п.4 та п.2

	Гістограма	Характеристичні показники
Вид розподілу	симетричний	симетричний
Розташування центру	$x_{\text{центра}} = 46$	$x_{\text{середнє}} \approx 45$
Розсіювання та варіація	Гістограма є широкою, наявна велика варіація вибірки	Вибіркове середнє квадратичне відхилення 5,7, середнє розсіювання
Екстремальні значення	можливо, значення на проміжку від 48,2 до 52,6 такі, що випадають з загального правила	Екссес дорівнює 86, розподіл має дуже високу та вузьку вершину, з важливо більшою кількістю даних, зосереджених навколо середнього значення
Модальність	має одну вершину	має дві моди

Висновок: характеристичні показники допомагають визначати характер поведінки вибірки даних, отримані результати після порівняння показують, що характеристичні показники та гістограма не конфліктують, співпадають за майже всіма параметрами.

4. Практичне завдання 2. Інтервальний варіаційний ряд (23.04.2023)

10 баллов

 [Добавить публичный комментарий](#)

Задана статистична сукупність з 27 елементів (див. дані у файлі).

Необхідно побудувати інтервальний варіаційний ряд та знайти для нього числові характеристики: середню, моду, медіану, розмах варіації, тощо.

Зробити висновки.

Завдання брати із файлу Приклад практичного завдання 2.pdf

33		20	17	13	10	12	7	18	5	10	5	20	10	13	15	5	4	17	10	7	19	16	12	3	20	6	11	17
----	--	----	----	----	----	----	---	----	---	----	---	----	----	----	----	---	---	----	----	---	----	----	----	---	----	---	----	----

Розв'язання.

1. Нехай отримана така статистична сукупність:

20	17	13	10	12	7	18	5	10	5	20	10	13	15	5	4	17	10	7	19	16	12	3	20	6	11	17
----	----	----	----	----	---	----	---	----	---	----	----	----	----	---	---	----	----	---	----	----	----	---	----	---	----	----

Таким чином маємо наступні вихідні дані.

Таблиця 1

Розподіл цін імпортованої продукції по регіонах України за 2010 рік

№	Назва адміністративної одиниці	Загальна кількість тис. осіб	Імпортна ціна товару \$(дол. США)
1	Автономна Республіка Крим	1971	20
2	Вінницька область	1672	17
3	Волинська область	1036	13
4	Дніпропетровська область	3398	10
5	Донецька область	4539	12
6	Житомирська область	1305	7
7	Закарпатська область	1243	18
8	Запорізька область	1833	5
9	Івано-Франківська область	1383	10
10	Київська область	1737	5
11	Кіровоградська область	1040	20
12	Луганська область	2355	10
13	Львівська область	2560	13
14	Миколаївська область	1204	15
15	Одеська область	2395	5
16	Полтавська область	1525	4
17	Рівненська область	1152	17
18	Сумська область	1197	10
19	Тернопільська область	1099	7
20	Харківська область	2796	19
21	Херсонська область	1107	16
22	Хмельницька область	1350	12
23	Черкаська область	1315	3
24	Чернівецька область	905	20
25	Чернігівська область	1136	6
26	Київ	2740	11
27	Севастополь	357	17
Σ	Україна	46350	

Побудуємо інтервальний варіаційний ряд цін. Для цього визначимо такі параметри: R , m , h , де R – розмах варіації, m – кількість інтервалів (груп) в і. в. р., h – крок(довжина) кожного інтервалу.

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 20 - 3 = 17$$

$$m = 1 + [\log_2 27] = 1 + 4 = 5$$

$$h = \frac{R}{m} = \frac{17}{5} = 3,4$$

Тоді маємо такий інтервальний варіаційний ряд:

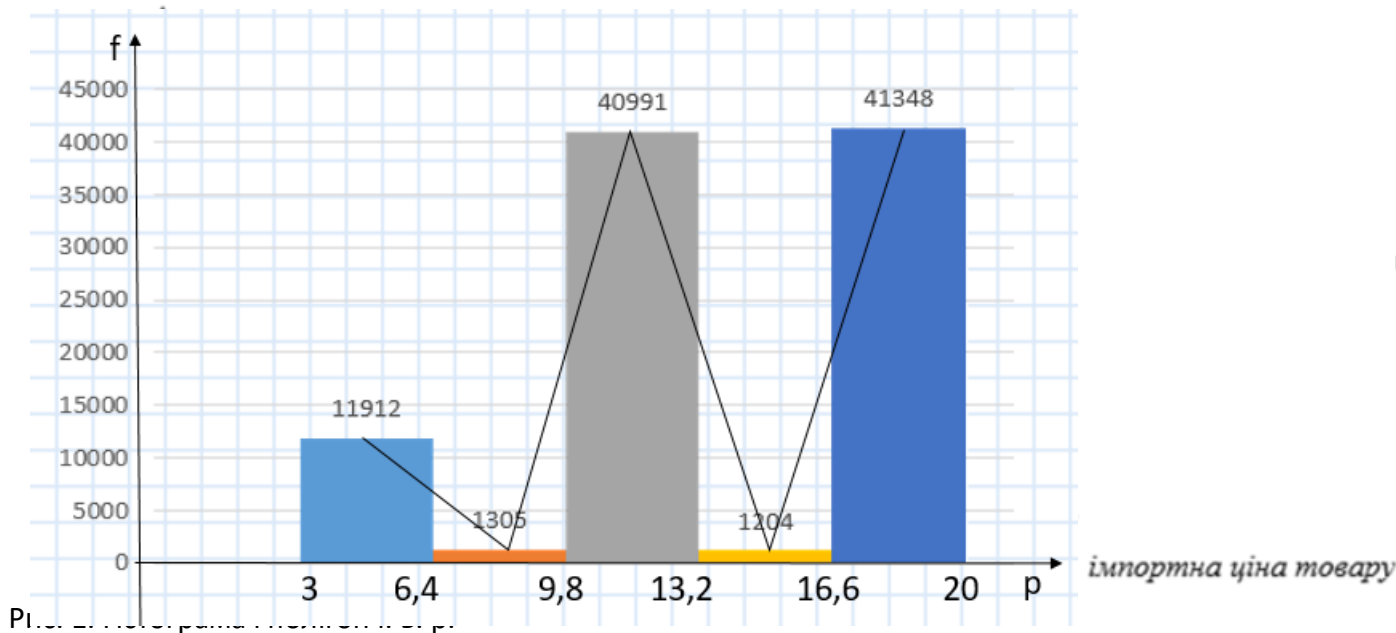
Таблиця 2

Інтервальний варіаційний ряд

№	Інтервали цін (p)		Загальна кількість тис. осіб (f)	Накопичена загальна кількість тис. осіб (f_n)
	$x_{i \min}$	$x_{i \max}$		
1	3	6,4	11912	11912
2	6,4	9,8	1305	13217
3	9,8	13,2	40991	54208
4	13,2	16,6	1204	55412
5	16,6	20	41348	96760
6	Σ		96760	-

Зобразимо даний і. в. р. у вигляді гістограми та полігону.

загальна кількість
(тис. осіб)



5. Визначимо середню ціну товару даної імпоротної продукції по Україні в цілому за 2010 рік:

$$\bar{p} = \frac{4,7 \cdot 11912 + 8,1 \cdot 1305 + 11,5 \cdot 40991 + 14,9 \cdot 1204 + 18,3 \cdot 41348}{96760} \approx 13,6\$$$

6. Для визначення даної ціни використаємо формулу для обчислення моди M_o :

$$M_o = 9,8 + 3,4 \cdot \frac{40991 - 1305}{40991 - 1305 + 40991 - 1204} = 9,8 + 3,4 \cdot \frac{40686}{79473} \approx 11,5\$$$

Таким чином, імпортна ціна, яка є найбільш поширеною по країні на дану товарну номенклатуру складає 14\$.

7. Дана величина називається медіаною і обчислюється за формулою:

$$M_e = 9,8 + 3,4 \cdot \frac{0,5 \cdot 96760 - 13217}{40991} = 9,8 + 3,4 \cdot \frac{35163}{40991} \approx 12,7\$$$

8. Середнє лінійне d та квадратичне відхилення σ обчислимо за формулами відповідно:

$$a) d = \frac{1}{96760} (11912 \cdot (13,6 - 4,7) + 1305 \cdot 5,5 + 40991 \cdot 2,1 + 1204 \cdot 1,3 + 41348 \cdot 4,7) \approx 4$$

$$б) \sigma = \sqrt{\frac{1}{96760} (11912 \cdot 8,9^2 + 1305 \cdot 5,5^2 + 40991 \cdot 2,1^2 + 1204 \cdot 1,3^2 + 41348 \cdot 4,7^2)} \approx 4,64$$

9. Висновок про типовість загальної середньої імпоротної ціни зробимо за допомогою середньоквадратичного коефіцієнта варіації:

$$V_\sigma = \frac{4,64}{13,6} = 0,34 = 34 \%$$

Висновок:

Оскільки отриманий коефіцієнт V_σ більший від 33%, то сукупність регіонів України за імпоротною ціною визнається **не однорідною**, а загальна середня імпортна ціна товару є **значно нестабільною** для всіх регіонів.

10. Перевіримо імпортну ціну Дніпропетровської області (четвертий рядок в табл. 1) на типовість для даного ряду цін за формулою:

$$t = \frac{10 - 13,6}{4,64} \approx -0,78$$

Висновок: Так як $t < 3$, то тоді імпортна ціна по Дніпропетровській області визнається **типовою** для даного ряду цін.

5

Практичне завдання 3.

Характеристики форм розподілу

10 баллов



Добавить публичный комментарий

1) Знайти числові характеристики побудованого інтервального ряду: дисперсію, середньоквадратичне відхилення, коефіцієнти асиметрії та ексцесу;

2) Зробити висновки, щодо однорідності сукупності та форми розподілу.

Зробити ці пункти як продовження Практичного завдання 2.

20	17	13	10	12	7	18	5	10	5	20	10	13	15	5	4	17	10	7	19	16	12	3	20	6	11	17
----	----	----	----	----	---	----	---	----	---	----	----	----	----	---	---	----	----	---	----	----	----	---	----	---	----	----

Розв'язання

Задана статистична сукупність:

20	17	13	10	12	7	18	5	10	5	20	10	13	15	5	4	17	10	7	19	16	12	3	20	6	11	17
----	----	----	----	----	---	----	---	----	---	----	----	----	----	---	---	----	----	---	----	----	----	---	----	---	----	----

- Оскільки обсяг вибірки досить великий ($n=27$) і майже всі значення варіант різні, то групування зручно виконати у формі і. в. р. Число рівних інтервалів знайдемо за формулою

$$m = 1 + [\log_2 27] = 5.$$

Для обчислення ширини h інтервалів знайдемо найменшу і найбільшу варіанти: $x_{\min}=3$;

$x_{\max}=20$.

$$h = \frac{R}{m} = \frac{17}{5} = 3,4$$

Знаходимо частоти всіх інтервалів і одержуємо і. в. р. f у вигляді табл. 1

Таблиця 1

Інтервальний варіаційний ряд

інтервал	$x_{i \min}$	$x_{i \max}$	частота
1	3	6,4	6
2	6,4	9,8	2
3	9,8	13,2	9
4	13,2	16,6	2
5	16,6	20	8

Графічне зображення і. в. р. f будуюмо у вигляді гістограми та полігону частот (рис. 1).

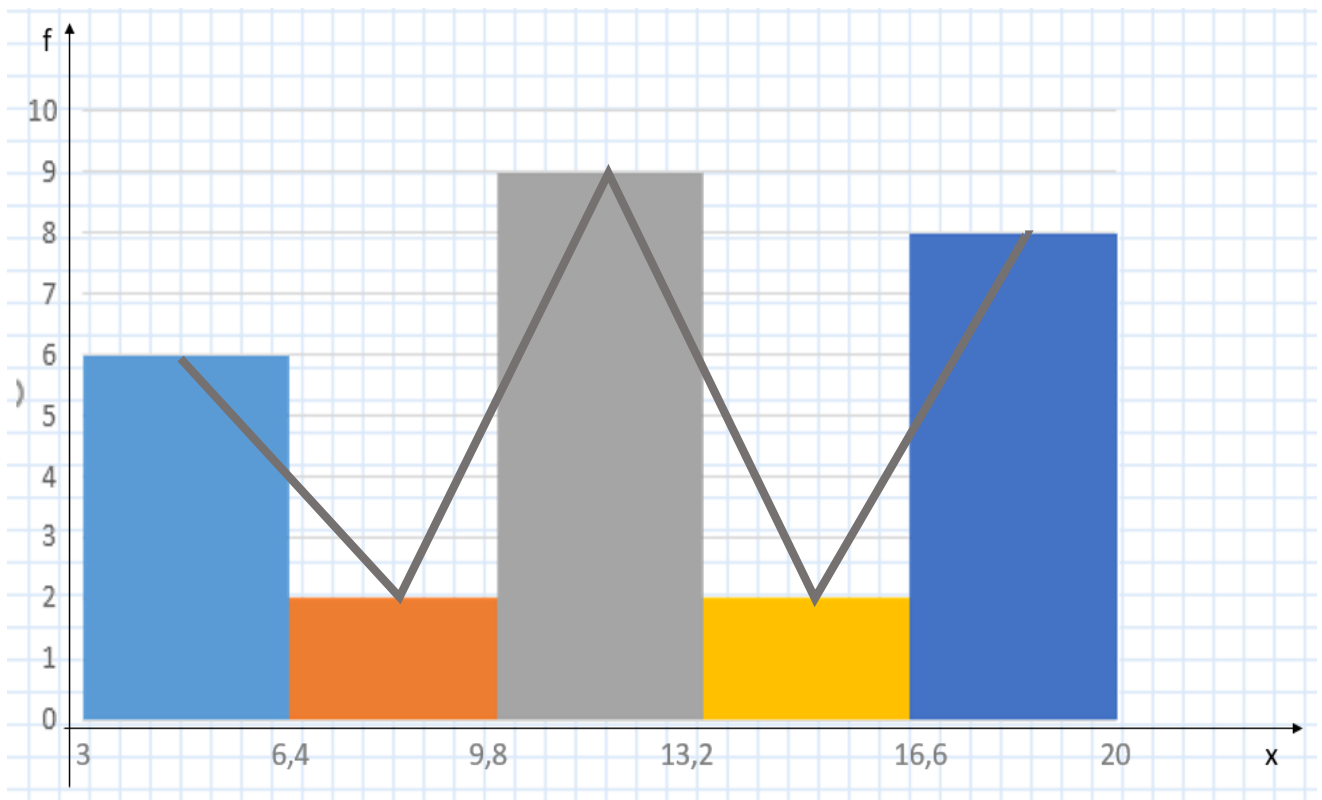


Рис. 1. Гістограма і полігон частот для і. в. р. f.

2. Обчислення числових характеристик побудованого і. в. р. f зручно організувати в розрахунковій таблиці (табл. 2).

	$x'_i; x''_i$	$\bar{x}_i$	f_i	$\bar{x}_i \cdot f_i$	$\bar{x}_i - \bar{x}$	$ x_i - \bar{x} \cdot f_i$	$(\bar{x}_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$	$(\bar{x}_i - \bar{x})^3 \cdot f_i$	$(\bar{x}_i - \bar{x})^4 \cdot f_i$	S_i
1	4-7	4,7	28,2	-6,6	39,6	43,56	-287,5	1897,5	4,7	6
2	7-10	8,1	16,2	-3,2	6,4	10,24	-32,8	104,9	8,1	8
3	10-13	11,5	103,5	0,2	1,8	0,04	0,0	0,0	11,5	17
4	13-16	14,9	29,8	3,6	7,2	12,96	46,7	168,0	14,9	19
5	16-19	18,3	146,4	7	56	49	343,0	2401,0	18,3	27
							115,8	69,4	4571,3	

$$\bar{x} = \frac{3 + 4 + 6 + 10 \cdot 4 + 11 + (7 + 12 + 13) \cdot 2 + 15 + 16 + (5 + 17 + 20) \cdot 3 + 18 + 19}{27} \approx 12$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{115,8}{27}} \approx 2$$

$$A_s = \frac{69,4}{27 \cdot 8} \approx 0,32$$

$$E_x = \frac{4571,3}{27 \cdot 16} \approx 10,58$$

За результатами дослідження можна зробити висновок: маємо тривершинний полімодальний гостроверхий ($E_x > 3$) розподіл однорідної статистичної сукупності з незначною правосторонньою асиметрією ($A_s > 0$).

Варіанти завдання самостійної роботи

Задана статистична сукупність з 16 елементів (див. номер варіанту).

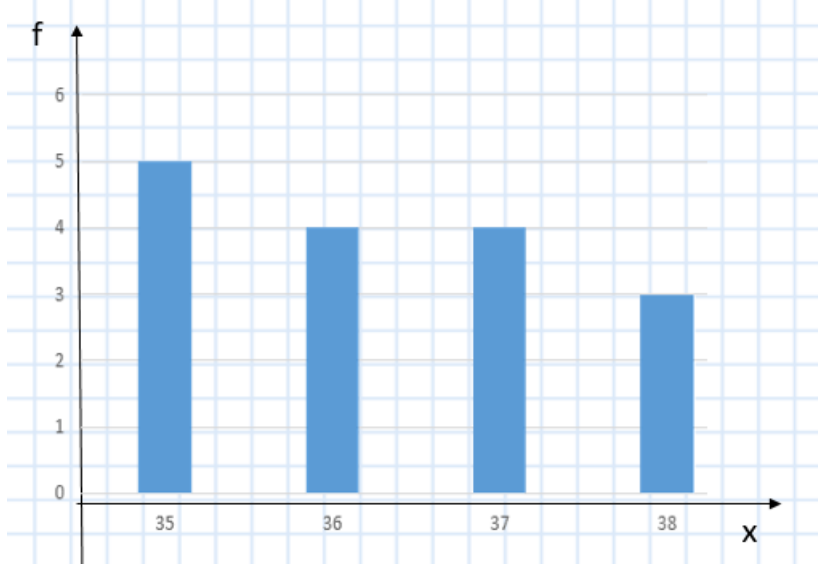
Необхідно побудувати варіаційний ряд та знайти для нього числові характеристики: середню, моду (графічно та аналітично), медіану (аналітично), розмах варіації. Побудувати полігон та гістограму частот.

33			37	38	35	35	36	36	37	36	38	35	36	35	37	37	35	38
----	--	--	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

1) Побудуємо варіаційний ряд:

Елемент	35	36	37	38
Частота	5	4	4	3

$$\text{середнє} = \frac{35 \cdot 5 + 36 \cdot 4 + 37 \cdot 4 + 38 \cdot 3}{16} \approx 36; \quad \text{мода} = 35 \text{ аналітично}$$

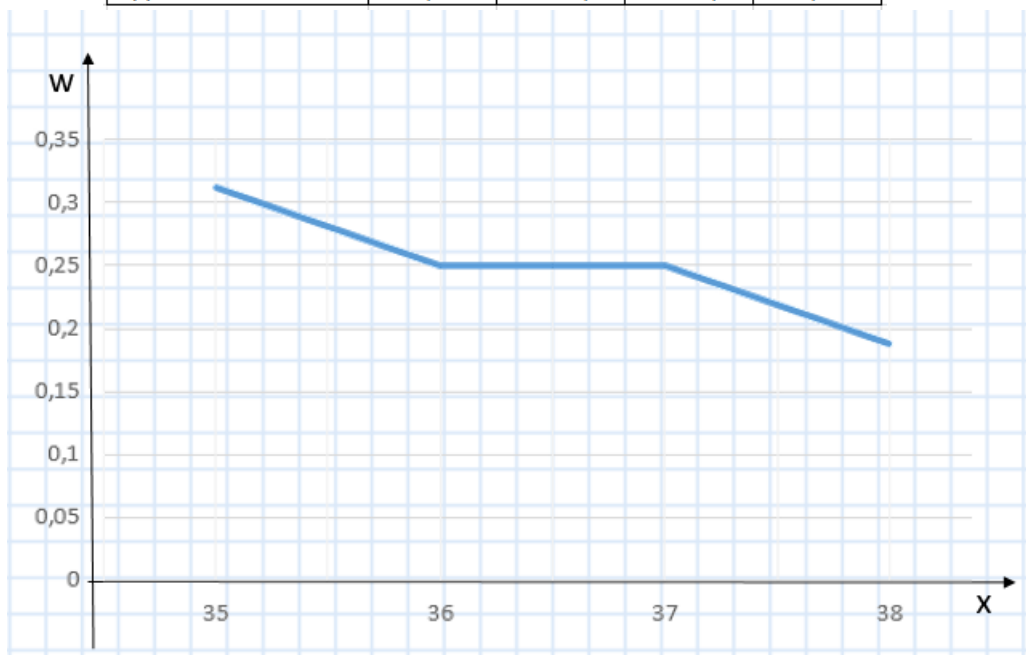


Мал. 1. Гістограма статистичної сукупності

$$M_o = 35, M_e = 36, R = 38 - 35 = 3$$

2) Побудуємо полігон частот за такими даними:

елемент	35	36	37	38
частота	5	4	4	3
відносна частота	0,3125	0,25	0,25	0,1875



Мал. 2. Полігон частот статистичної сукупності

7. Самостійна робота 1. Аналітична геометрія

5 баллов

 [Добавить публичный комментарий](#)

1. Побудувати в зошиті наступні прямі

$$5x - Ny + 15 = 0$$

$$Nx - 6y = 0$$

де N - номер у журналі групи

2. Побудувати в зошиті наступні площини

$$-x + Ny - 5z + 2 \cdot N = 0$$

$$Nx - 10y = 15$$

де N - номер у журналі групи

3. Побудувати рівняння прямої через дві точки $A(N;$

$-1)$, $B(4; N)$,

де N - номер у журналі групи

Прислати фото зошита.

$N=33$

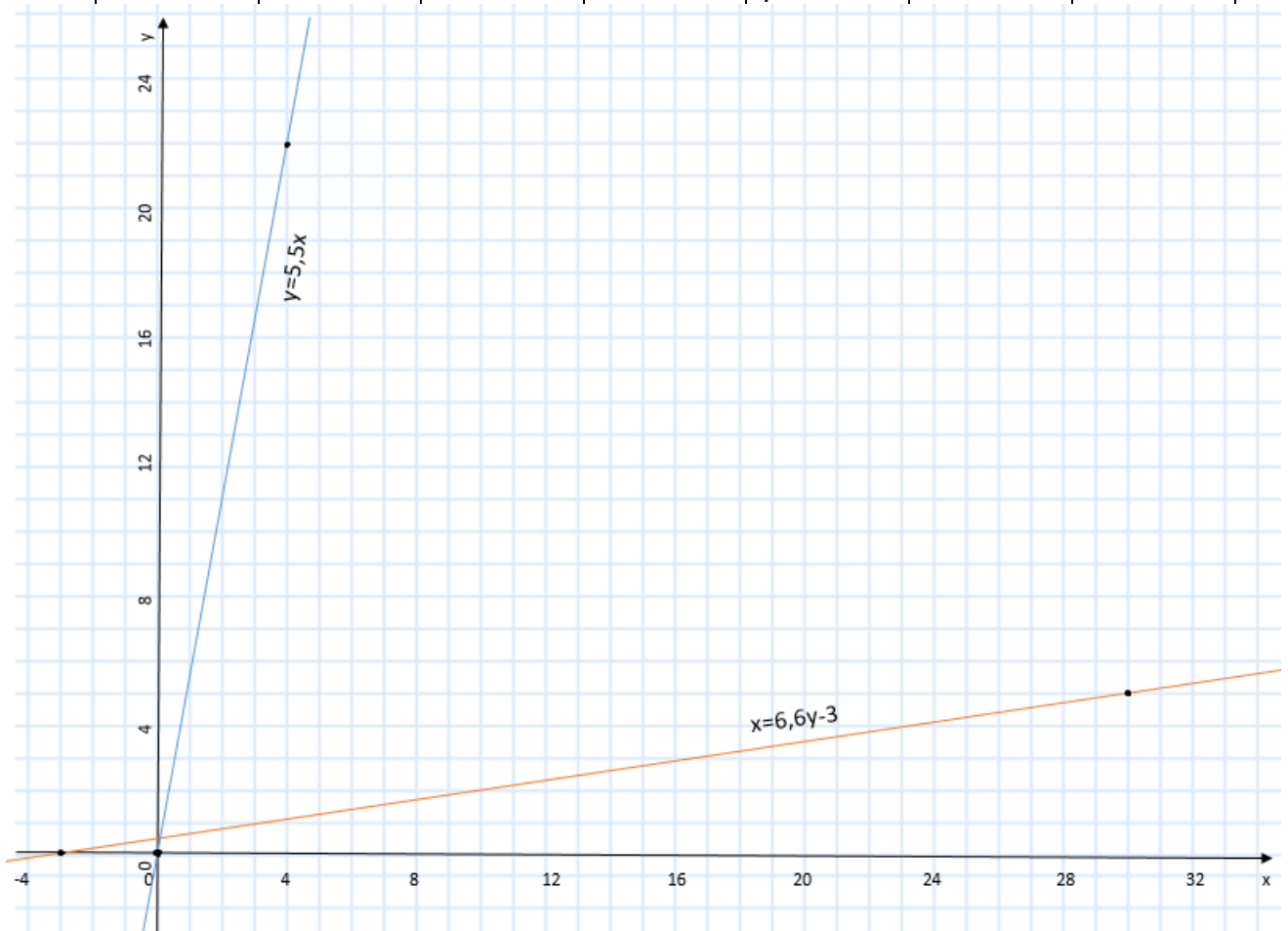
1) Побудуємо прямі $5x - 33y + 15 = 0$ та $33x - 6y = 0$

Для цього перетворимо дані рівняння прямих на такі: $x = 6,6y - 3$ та $y = 5,5x$

Оскільки дані функції – лінійні та їх графіками є прямі лінії, то знайдемо по дві точки, через які проходять задані прямі:

y	0	5
x	-3	30

x	0	4
y	0	22



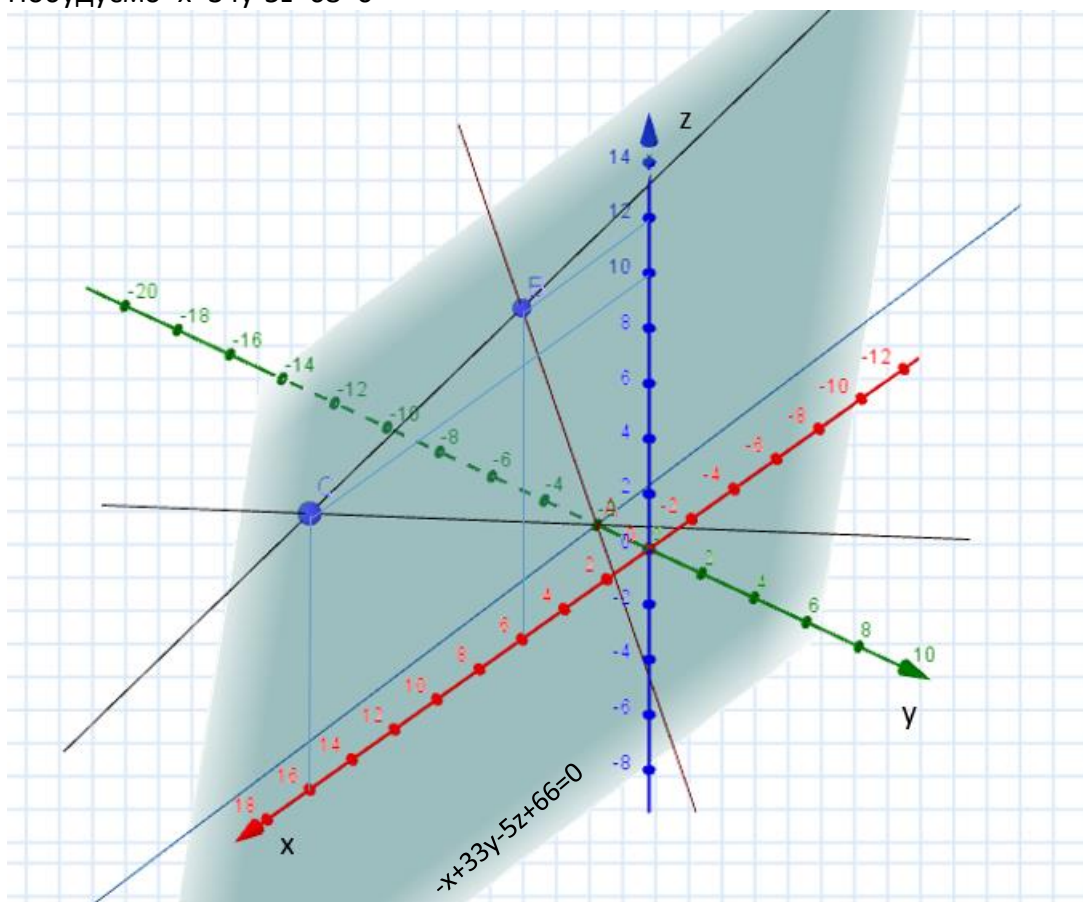
2) Побудуємо площини $-x + 33y - 5z + 66 = 0$ та $33x - 10y = 15$

Для побудови площин визначимо точки, які належать даним площинам. Для цього достатньо для кожного прикладу мати по три точки:

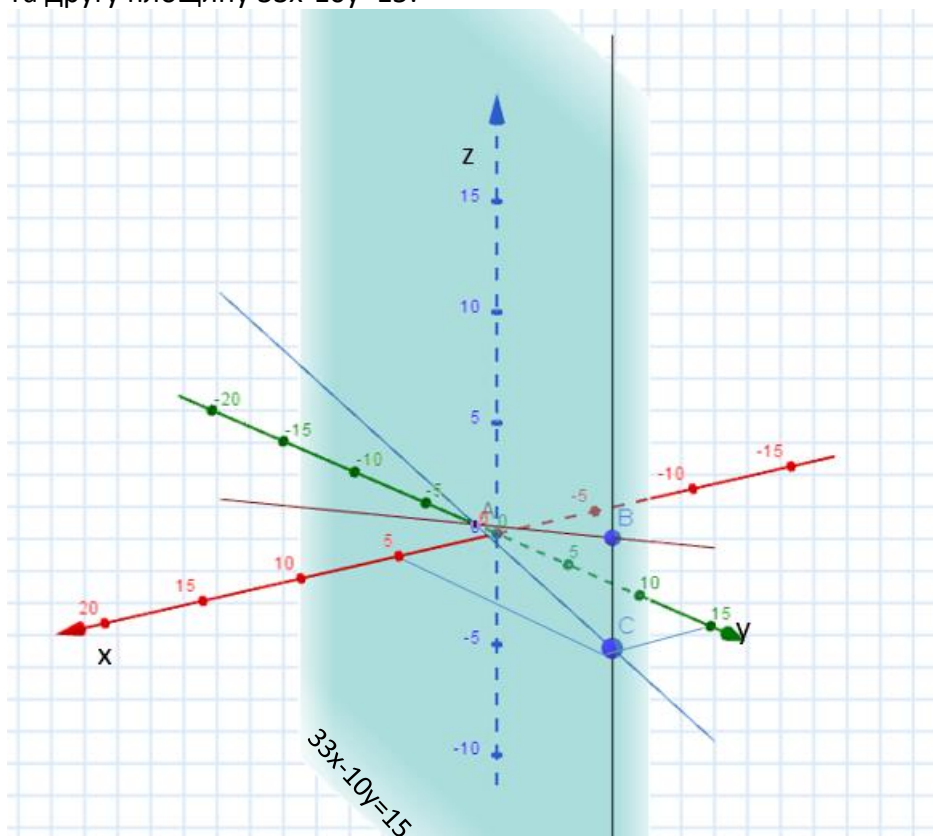
	A	B	C
x	0	6	16
y	-2	0	0
z	0	12	10

	A	B	C
x	0	5	5
y	-1,5	15	15
z	0	5	0

Побудуємо $-x+34y-5z+68=0$



Та другу площину $33x-10y=15$:



- 3) Побудуємо рівняння прямої через дві точки A(33; -1), B(4; 33).

Загальний вигляд прямої: $y=ax+k$

Кутовий коефіцієнт $a = \frac{33-(-1)}{4-33} = -\frac{34}{29}$

Вільний доданок $k = y - ax = -1 - \left(-\frac{34}{29}\right) \cdot 33 = \frac{1122}{29} - 1 = \frac{1093}{29} = 37\frac{20}{29}$

Перевірка: $-\frac{34}{29} \cdot 4 + 37\frac{20}{29} = \frac{1093}{29} - \frac{136}{29} = 33$

Отже, пряма задана рівнянням: $y = -\frac{34x}{29} + 37\frac{20}{29}$

8. Домашнє завдання 1. Аналітична геометрія

5 баллов

 [Добавить публичный комментарий](#)

1. Побудувати в зошиті наступні прямі

$5x-8y+15=0$

$x-y+4=0$

$5x+10y-20=0$

$4x-6y=0$

2. Побудувати в зошиті наступні площини

$-x+2y-5z+10=0$

$3x+2y-4z=0$

$5x-10z=15$

$5y-2z=10$

3. Побудувати рівняння прямої через дві точки A(2; -1), B(4; 5)

4. Побудувати рівняння площини через три точки A(-3; 2; 4), B(3; -2; 4), C(5; 2; -1)

Прислати фото зошита.

- 4) Побудуємо прямі $5x-8y+15=0$, $x-y+4=0$, $5x+10y-20=0$ та $4x-6y=0$

Для цього перетворимо дані рівняння прямих на такі:

$x = 1,6y - 3$, $y = x + 4$, $x = -2y + 4$ та $x = 1,5y$

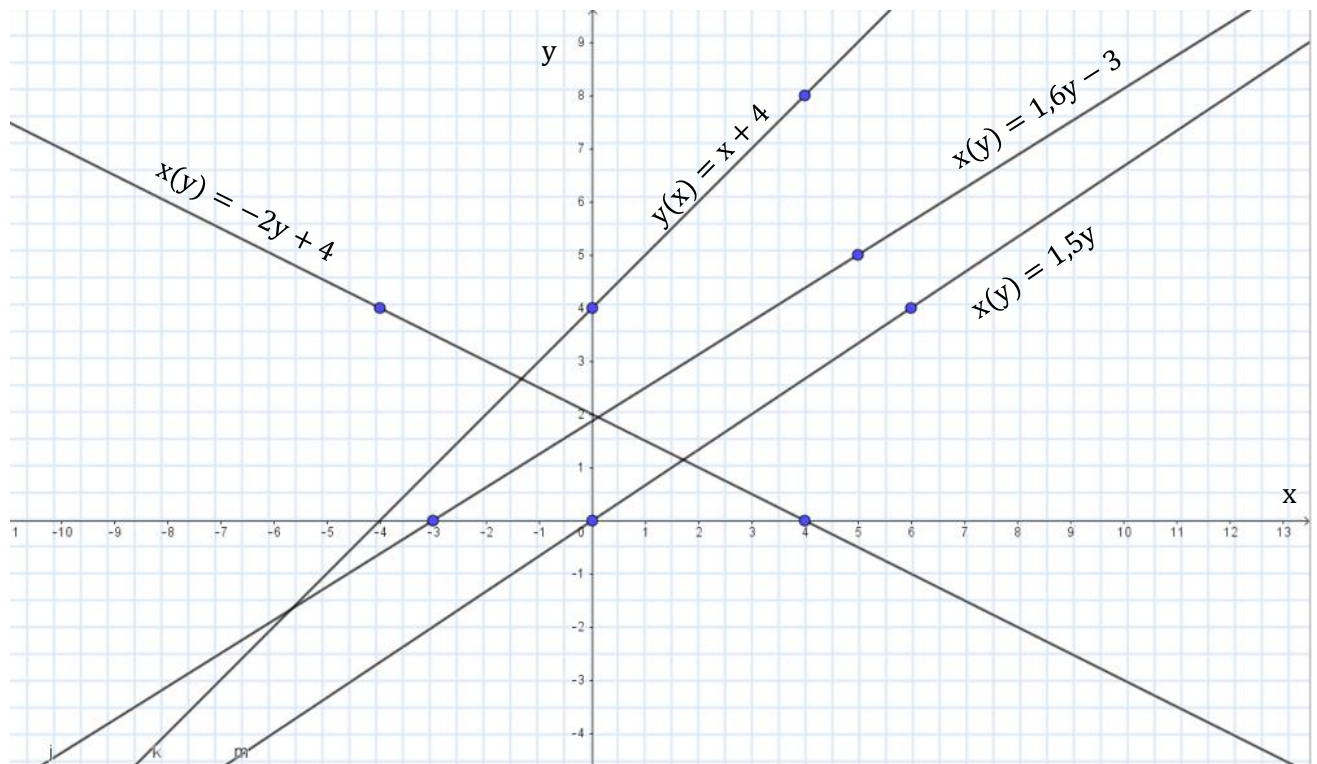
Оскільки дані функції – лінійні та їх графіками є прямі лінії, то знайдемо по дві точки, через які проходять задані прямі:

$x(y) = 1,6y - 3$		
	A	B
y	0	5
x	-3	5

$y(x) = x + 4$		
	C	D
x	0	4
y	4	8

$x(y) = -2y + 4$		
	E	K
y	0	4
x	4	-4

$x(y) = 1,5y$		
	M	P
y	0	4
x	0	6



5) Побудуємо площини $-x+2y-5z+10=0$, $3x+2y-4z=0$, $5x-10z=15$ та $5y-2z=10$

Для побудови площин визначимо точки, які належать даним площинам. Для цього достатньо для кожного прикладу мати по три точки:

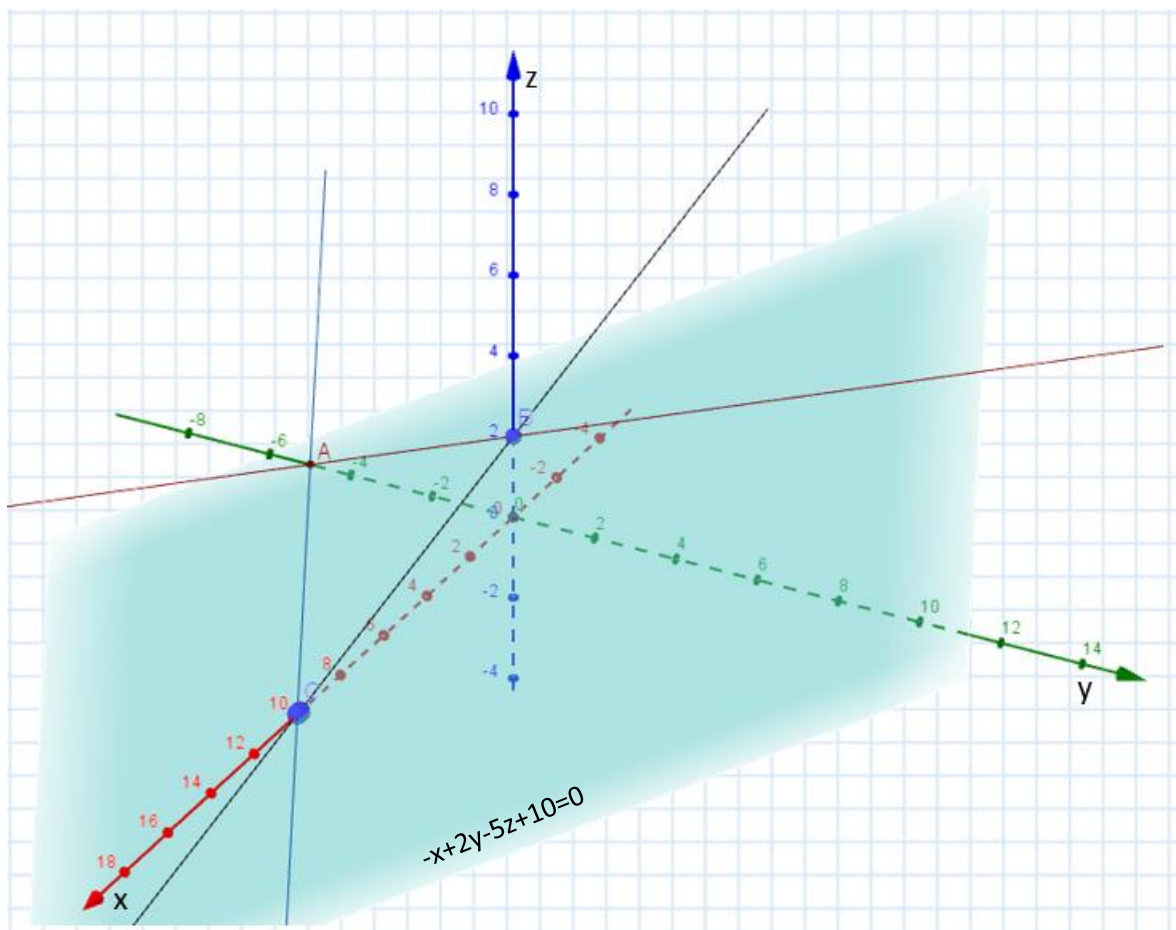
$-x+2y-5z+10=0$			
	A	B	C
x	0	0	10
y	-5	0	0
z	0	2	0

$3x+2y-4z=0$			
	Д	Е	І
x	0	0	2
y	0	2	-3
z	0	1	0

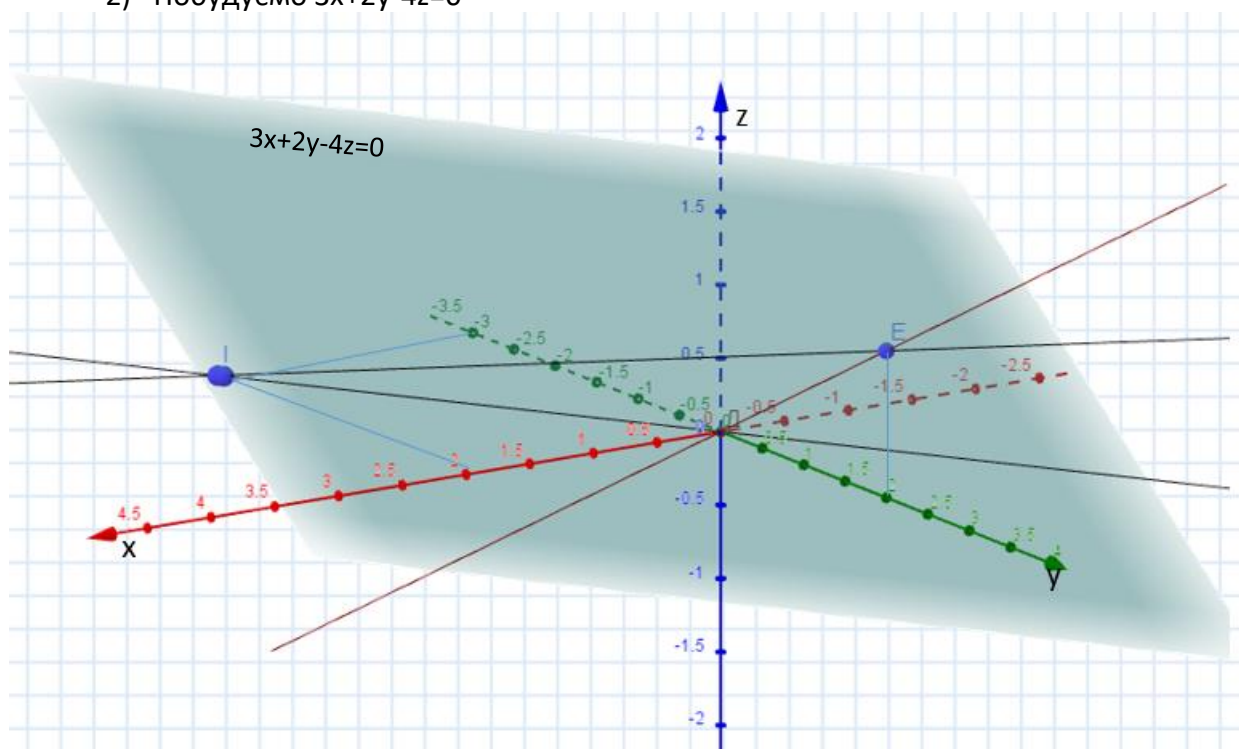
$-5x-10z=15$			
	H	K	M
x	1	-3	-2
y	-2	0	0
z	0	0	-1

$5y-2z=10$			
	O	P	T
x	0	0	5
y	2	0	2
z	0	-5	0

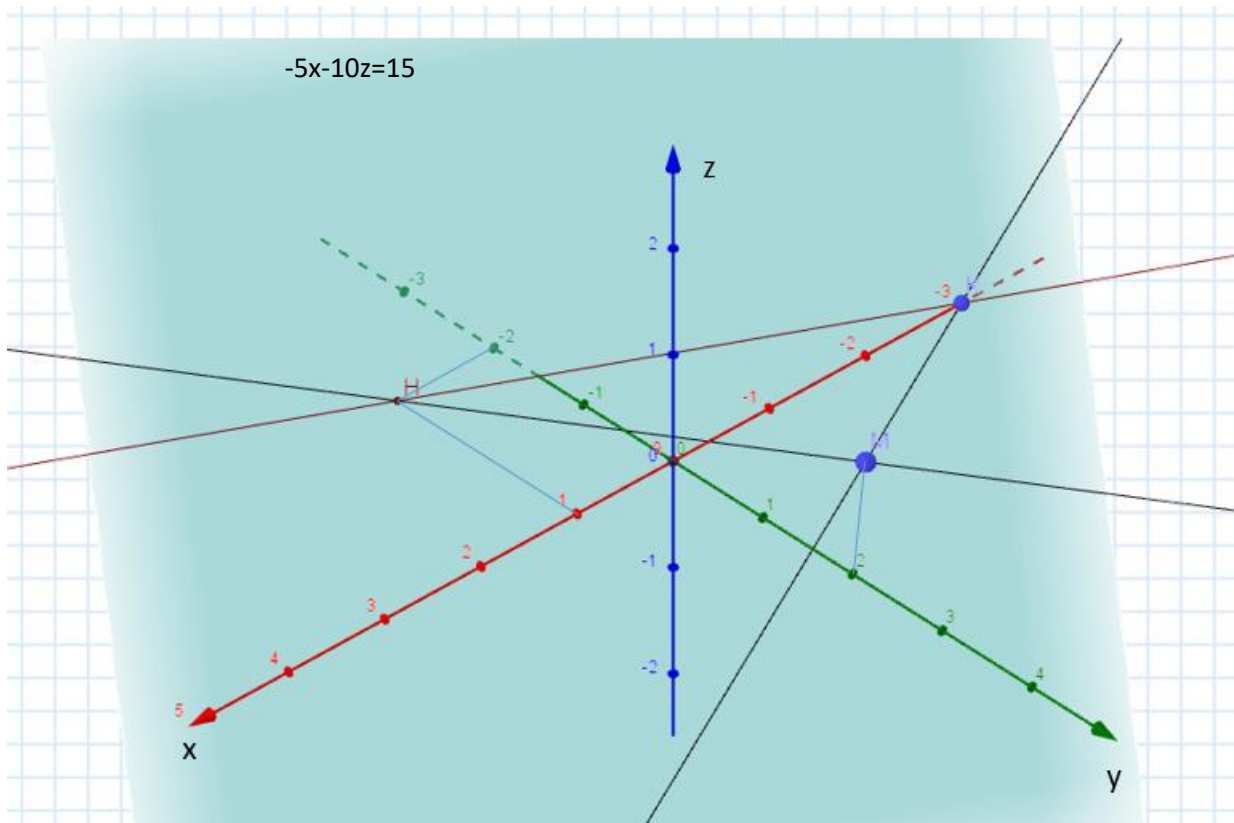
1) Побудуємо $-x+2y-5z+10=0$



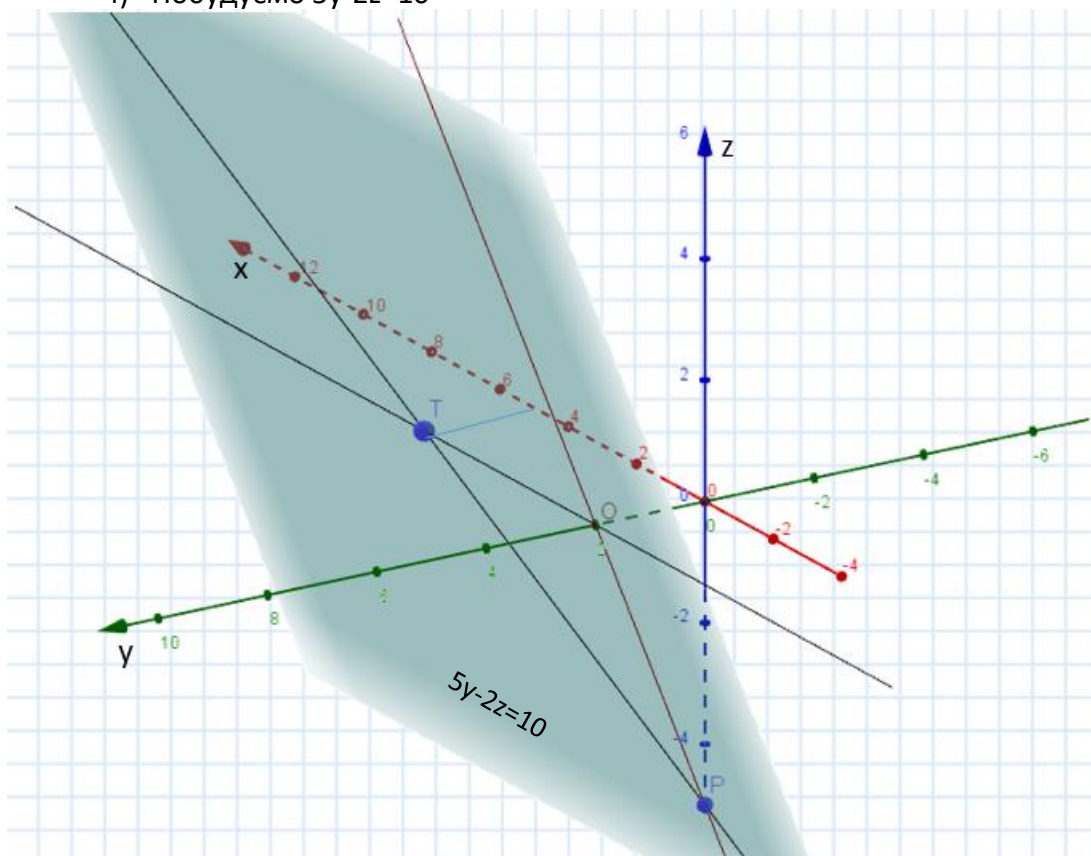
2) Побудуємо $3x + 2y - 4z = 0$



3) Побудуємо $-5x - 10z = 15$



4) Побудуємо $5y - 2z = 10$



6) Побудуємо рівняння прямої через дві точки $A(2; -1)$, $B(4; 5)$.

Загальний вигляд прямої: $y = ax + k$

Кутовий коефіцієнт $a = \frac{5 - (-1)}{4 - 2} = 3$

Вільний доданок $k = y - ax = -1 - 3 \cdot 2 = -7$

Перевірка: $3 \cdot 4 - 7 = 5$. Отже, пряма задана рівнянням: $y = 3x - 7$

7) Побудуємо рівняння площини через три точки: $A(-3; 2; 4)$, $B(3; -2; 4)$, $C(5; 2; -1)$.

Скористаємось загальним рівнянням площини в просторі:

$dx+ey+kz+m=0$, де $(\vec{d}; \vec{e}; \vec{k})$ – вектор-нормаль до площини, тобто $(\vec{d}; \vec{e}; \vec{k})$ перпендикулярний до кожного з векторів $\vec{AB}$, $\vec{AC}$, $\vec{BC}$.

$$\vec{AB}=(6; -4; 0)$$

$$\vec{AC}=(8; 0; -5)$$

$$\vec{BC}=(2; 4; -5)$$

$$(\vec{d}; \vec{e}; \vec{k}) \cdot \vec{AB}=6d-4e=0; (\vec{d}; \vec{e}; \vec{k}) \cdot \vec{AC}=8d-5k=0; (\vec{d}; \vec{e}; \vec{k}) \cdot \vec{BC}=2d+4e-5k=0.$$

Розв'яжемо систему з трьох лінійних рівнянь з трьома невідомими:

$$\begin{cases} 6d - 4e = 0 \\ 8d - 5k = 0 \\ 2d + 4e - 5k = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} e = 1,5d \\ k = 1,6d \\ 2d + 4e - 5k = 0 \end{cases}$$

Оберемо метод підстановки, тоді $2d+6d-8d=0$, з якого визначити d неможливо.

Тоді

$$\begin{cases} 6d - 4e = 0 \\ 8d - 5k = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 8d - 5k = 0 \\ 24d - 16e = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24d - 16e = 0 \\ 24d - 15k = 0 \end{cases}, \text{ з якого } 16e=15k.$$

Візьмемо, наприклад, натуральні значення e та k , це $e=15$, $k=16$ та визначимо d та m з координат A , B , C .

$$\begin{cases} -3d + 2 \cdot 15 + 16 \cdot 4 + m = 0 \\ 3d - 2 \cdot 15 + 16 \cdot 4 + m = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3d - 2 \cdot 15 + 16 \cdot 4 + m = 0 \\ 5d + 2 \cdot 15 - 16 + m = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5d + 2 \cdot 15 - 16 + m = 0 \\ -3d + m = -94 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3d + m = -94 \\ 3d + m = -34 \end{cases}, \text{ звідси } m=-64, d=10.$$

$$\begin{cases} 3d + m = -34 \\ 5d + m = -14 \end{cases}$$

Отже, рівняння площини: $10x+15y+16z-64=0$

9. Самостійна робота 2. Границі (від 22.03.2023)

12 баллов



Добавить публичный комментарий

Розв'язати завдання згідно з віріантом. Варіант співпадає з номером в журналі групи. Приєднати фото зошита до даного завдання.

Увага! Розв'язувати тільки в пункті 2 а), б), в) та г).
Бажаю успіхів!

Варіант 33

$$2. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 5x + 6x^2}{7 - 3x - 2x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x^2 + 15x}{2x^4 + 12x^3 + 9x}; \text{ в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 4x^2 + 13}{4x^2 + 16x - 5};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 7x - 18}{x - 2};$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-1} - 2}{3x-3};$$

$$\text{е) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+28} - 6}{\sqrt{1+x} - \sqrt{5}};$$

$$\text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 2x}{2x};$$

$$\text{з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+9}{2x+7} \right)^{3x+2}.$$

Розв'язання

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 + 5x + 6x^2}{7 - 3x - 2x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{2}{x^2} + \frac{5}{x} + 6}{\frac{7}{x^2} - \frac{3}{x} - 2} = -3$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x^2 + 15x}{2x^4 + 12x^3 + 9x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{3}{x} - \frac{4}{x^2} + \frac{15}{x^3}}{2 + \frac{12}{x} + \frac{9}{x^3}} = 0$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 4x^2 + 13}{4x^2 + 16x - 5} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x - 4 + \frac{13}{x^2}}{4 + \frac{16}{x} - \frac{5}{x^2}} = \infty$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 7x - 18}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+9)}{x-2} = 11$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-1} - 2}{3x-3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x-1} - 2}{3 \frac{((\sqrt{5x-1})^2 - 2^2)}{5}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{3 \frac{(\sqrt{5x-1} + 2)}{5}} = \frac{5}{12}$$

$$\begin{aligned} \text{е) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2x+28} - 6}{\sqrt{1+x} - \sqrt{5}} &= \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{2x+28} - 6)(\sqrt{2x+28} + 6)(\sqrt{1+x} + \sqrt{5})}{(\sqrt{1+x} - \sqrt{5})(\sqrt{2x+28} + 6)(\sqrt{1+x} + \sqrt{5})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(2x-8)(\sqrt{1+x} + \sqrt{5})}{(x-4)(\sqrt{2x+28} + 6)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2(\sqrt{1+x} + \sqrt{5})}{\sqrt{2x+28} + 6} = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3} \end{aligned}$$

$$\text{ж) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \sin 2x}{2x} = \frac{1}{2} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} - \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{2x} = -0,5$$

$$\text{з) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+9}{2x+7} \right)^{3x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+7+2}{2x+7} \right)^{3x+2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{2}{2x+7} \right)^{3x+2} = 1$$

10.

Самостійна робота 3. Піраміда (від 22.03.2023)

5 баллов

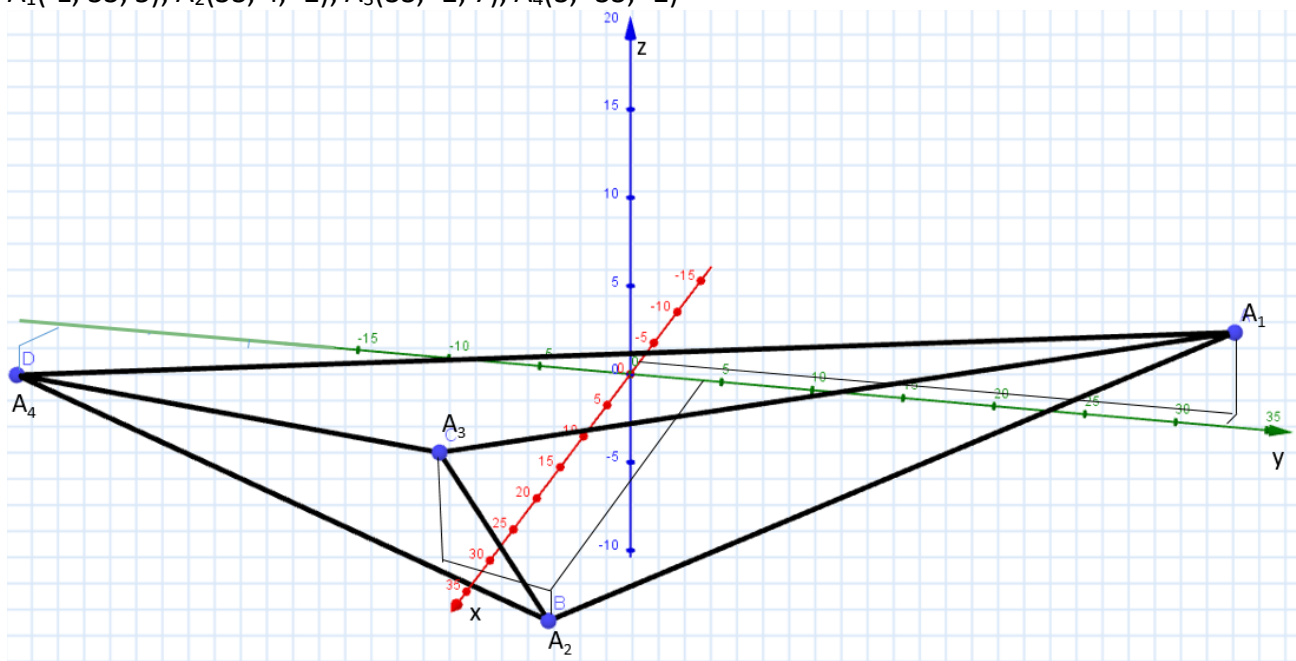


Добавить публичный комментарий

Побудувати в зошиті піраміду з координатами вершин $A_1(-1, N, 5)$, $A_2(N, 4, -2)$, $A_3(N, -2, 7)$, $A_4(3, -N, -2)$ де N - номер студента в журналі групи.
Увага! При великих значеннях N можна брати масштаб наближено.
Прислати фото зошита.

Побудуємо піраміду з координатами вершин:

$A_1(-1, 33, 5)$, $A_2(33, 4, -2)$, $A_3(33, -2, 7)$, $A_4(3, -33, -2)$



11.

Самостійна робота 4. Похідні (29.03.2023)

12 баллов



Добавить публичный комментарий

Розв'язати завдання згідно з віриантом. Варіант співпадає з номером в журналі групи. Приєднати фото зошита до даного завдання.
Бажаю успіхів!

Знайти похідну:

$$33. \quad a) y = (3x^6 + 5x^5\sqrt{x^2} - 3)^5; \quad б) y = \ln^5 \left(\frac{5x+3}{x^5+1} \right)^2; \\ в) y = \operatorname{arctg} \frac{2}{x-3}; \quad г) y = 5^{\sqrt{x}} - x^2 \operatorname{tg} 2x.$$

$$a) y' = 5(3x^6 + 5x^5\sqrt{x^2} - 3)^4 \left(6 \cdot 3x^5 + 5 \cdot \frac{7}{5} x^{\frac{7}{5}-1} \right) = 5(3x^6 + 5x^5\sqrt{x^2} - 3)^4 \cdot (18 + 7\sqrt{x^2})$$

$$б) y' = \frac{1}{5 \sqrt{\left(\frac{5x+3}{x^5+1} \right)^2}} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{5x+3}{x^5+1} \right)^{\frac{2}{5}-1} \cdot \frac{5(x^5+1) - (5x+3)5x^4}{(x^5+1)^2} = \frac{2}{5} \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{x^5+1}{5x+3} \right)^2} \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{x^5+1}{5x+3} \right)^3} \cdot \frac{5-15x^4-20x^5}{(x^5+1)^2} = \\ = \frac{2}{5} \cdot \frac{x^5+1}{5x+3} \cdot \frac{5-15x^4-20x^5}{(x^5+1)^2}$$

$$в) y' = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{x-3} \right)^2} \cdot (-1) \cdot \frac{2}{(x-3)^2} = -\frac{2}{(x-3)^2 + 4} = -\frac{2}{x^2 - 6x + 13}$$

$$г) y' = 5^{\sqrt{x}} \ln 5 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} - (2x \operatorname{tg} 2x + x^2 \cdot \frac{2}{\cos 2x^2}) = \frac{\ln 5}{2\sqrt{x}} \cdot 5^{\sqrt{x}} - 2x \operatorname{tg} 2x - \frac{2x^2}{(\cos 2x)^2}$$

12. Практичне завдання 1. Вступ в статистику (12.04.2023)

7 баллов

 Добавить публичный комментарий

Задана статистична сукупність з 27 елементів (див. дані у файлі).
Необхідно побудувати варіаційний ряд та знайти для нього числові характеристики: середню, моду, медіану, розмах варіації.

Дані подати у табличному та графічному варіанті (полігон, гістограма).
Зробити висновки.

13	15	5	15	11	13	4	8	13	15	4	3	15	13	8	10	11	9	11	11	9	10	10	5	4	10	8	11
----	----	---	----	----	----	---	---	----	----	---	---	----	----	---	----	----	---	----	----	---	----	----	---	---	----	---	----

Розв'язання

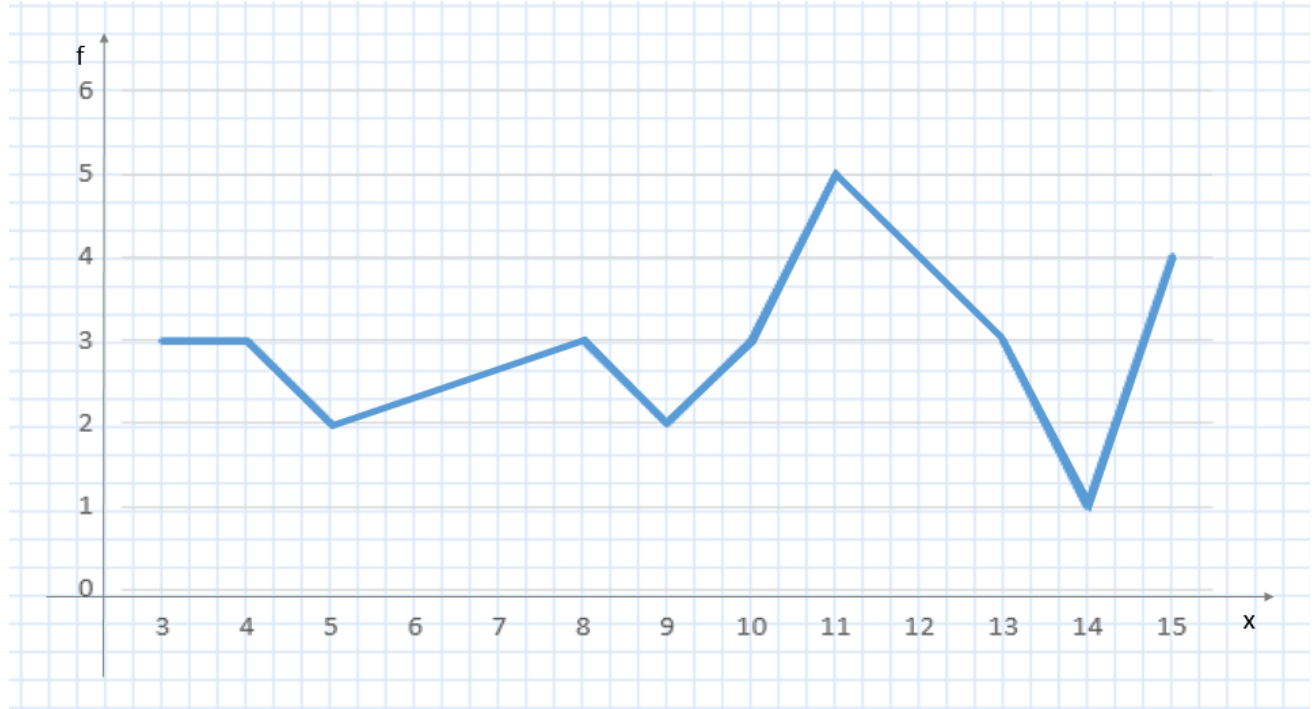
Побудуємо варіаційний ряд:

елемент x_i	частота f_i
3	1
4	3
5	2
8	3
9	2
10	3
11	5
13	3
14	1
15	4

$$\bar{x} = \frac{3 + (4 + 8 + 10 + 13) \cdot 3 + (5 + 9) \cdot 2 + 11 \cdot 5 + 14 + 15 \cdot 4}{27} \approx \\ \approx 10$$

$$M_0=11, M_e=10, R=x_{\max}-x_{\min}=15-3=12$$

Подано цю статистичну сукупність у графічному виді:



Висновок:

- 1) Оскільки статистична сукупність має одну моду, то її розподіл вважають унімодальним.
- 2) Оскільки центр статистичної сукупності відмінний від середини області її визначення, то її розподіл вважають асиметричним.
- 3) Оскільки розмах варіації є широким то характер поведження піку статистичної сукупності вважають широким.

Таким чином, дана статистична сукупність є унімодальною асиметричною широкою сукупністю даних.

13.

Практичне завдання 4 (І частина)

Виконати індивідуальне завдання та приєднати фото зошита.

Задача

За даними спостереження п митних установ необхідно дослідити можливу залежність між витратами на їх утримання (факторна ознака X) та перерахуваннями коштів до держбюджету (результативна ознака Y). Дослідження провести методами: комбінаційного групування, аналітичного групування

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	2,6	2,7	2,6	3	2,9	2,8	3	3,1	3	3,1	3,2	3,6	3,5	3,6	3,6	3,7	3,9	3,8	4,1	4,2
y	93,6	92	93	93,4	92,6	91	90	90,8	90,9	91,2	90	89,9	90,2	88,9	89,6	88,4	89,7	87,6	86,5	84,3

Розв'язання

Вважатимемо, що для вибору виду рівняння регресії (тобто, виду функції $f(x)$) у нас немає ніякої іншої інформації, крім заданої сукупності пар $(x_i; y_i)$. Це означає, що вид функції $f(x)$ визначатиметься тільки видом кореляційного поля, із візуального аналізу якого можна припустити, що залежність Y від X має бути лінійною або нелінійною (зокрема, квадратичною) з незначною нелінійністю.

Оскільки однозначний і беззаперечний вибір виду функції $f(x)$ в даному випадку зробити досить складно, то проведемо повне дослідження для обох видів рівняння регресії, після чого остаточно виберемо кращий варіант за критерієм мінімуму регресійної дисперсії.

Для обчислення параметрів a, b, p, q, r лінійної $y(x) = a+bx$ та квадратичної $y(x) = p+qx+rx^2$ залежностей застосовуємо загальноприйнятий метод найменших квадратів, за яким вищенаведені параметри знаходяться із систем лінійних алгебраїчних рівнянь відповідно (3.9) та (3.10).

Параметри рівняння регресії $y = f(x)$ зазвичай знаходяться за методом найменших квадратів, який забезпечує такий вибір їх числових значень, щоб сума квадратів відхилень емпіричних значень y_i ознаки Y від відповідних теоретичних (або вирівняних) значень $y_i = f(x_i)$ була найменшою:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y}_i)^2 \rightarrow \min.$$

Зокрема, для лінійного $y = a+bx$ та квадратичного $y = p+qx+rx^2$ рівнянь регресії параметри знаходяться із систем лінійних алгебраїчних рівнянь відповідно:

$$\begin{cases} n \cdot a + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot b = \sum_{i=1}^n y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot b = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i). \end{cases} \quad (3.9)$$

$$\begin{cases} 20a + 66b = 1804 \\ 66a + 222b = 5932 \end{cases} \quad \begin{cases} a = -\frac{424}{84} \\ b = \frac{8976}{84} \end{cases} \quad \begin{cases} a = \frac{2244}{21} = \frac{748}{7} = 106\frac{6}{7} \\ b = -\frac{106}{21} = -5\frac{1}{21} \end{cases}$$

$$y(x) = 106,857 - 5,048x \quad (3.1)$$

$$\begin{cases} n \cdot p + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot q + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot r = \sum_{i=1}^n y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) \cdot p + \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot q + \left(\sum_{i=1}^n x_i^3 \right) \cdot r = \sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_i), \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) \cdot p + \left(\sum_{i=1}^n x_i^3 \right) \cdot q + \left(\sum_{i=1}^n x_i^4 \right) \cdot r = \sum_{i=1}^n (x_i^2 \cdot y_i). \end{cases} \quad (3.10)$$

Обчислення коефіцієнтів систем (3.9) та (3.10) зручно організувати в таблиці 1.

Таблиця 1

	x	y	x ²	x·y	x ³	x ⁴	x ² ·y
1	2,6	93,6	6,76	243	17,576	45,7	632,736
2	2,7	92	7,29	248	19,683	53,14	670,68
3	2,6	93	6,76	242	17,576	45,7	628,68
4	3	93,4	9	280	27	81	840,6
5	2,9	92,6	8,41	269	24,389	70,73	778,766
6	2,8	91	7,84	255	21,952	61,47	713,44
7	3	90	9	270	27	81	810
8	3,1	90,8	9,61	281	29,791	92,35	872,588
9	3	90,9	9	273	27	81	818,1
10	3,1	91,2	9,61	283	29,791	92,35	876,432
11	3,2	90	10,2	288	32,768	104,9	921,6
12	3,6	89,9	13	324	46,656	168	1165,104
13	3,5	90,2	12,3	316	42,875	150,1	1104,95
14	3,6	88,9	13	320	46,656	168	1152,144
15	3,6	89,6	13	323	46,656	168	1161,216
16	3,7	88,4	13,7	327	50,653	187,4	1210,196

17	3,9	89,7	15,2	350	59,319	231,3	1364,337
18	3,8	87,6	14,4	333	54,872	208,5	1264,944
19	4,1	86,5	16,8	355	68,921	282,6	1454,065
20	4,2	84,3	17,6	354	74,088	311,2	1487,052
сума	66	1804	222	5932	765,22	2684	19927,63

$$\begin{cases} 20p + 66q + 222r = 1804 \\ 66p + 222q + 765r = 5932 \\ 222p + 765q + 2684r = 19928 \end{cases} \quad (3.2)$$

звідки $p=106,9131$, $q=-5,0778$, $r=0,0039$ (обчислено в середовищі IDLE-python).

$$y(x) = 106,9131 - 5,0778x + 0,0039x^2 \quad (3.3)$$

Для підтвердження отриманих коефіцієнтів перейдемо до нових $x'=x$, $y'=y-90$ через те, що коефіцієнти системи (3.2) є занадто великими для обчислень на загальноприйнятих ресурсах (калькуляторах, табличних процесорах).

Обчислення коефіцієнтів систем (3.9) та (3.10) для x' та y' зручно організувати в таблиці 2.

Таблиця 2

	x'	y'	$(x')^2$	$(x')^3$	$(x')^4$	$x' \cdot y'$	$(x')^2 \cdot y'$
1	2,6	3,6	6,76	17,58	45,7	9,36	24,34
2	2,7	2	7,29	19,68	53,1	5,4	14,58
3	2,6	3	6,76	17,58	45,7	7,8	20,28
4	3	3,4	9	27	81	10,2	30,6
5	2,9	2,6	8,41	24,39	70,7	7,54	21,87
6	2,8	1	7,84	21,95	61,5	2,8	7,84
7	3	0	9	27	81	0	0
8	3,1	0,8	9,61	29,79	92,4	2,48	7,688
9	3	0,9	9	27	81	2,7	8,1
10	3,1	1,2	9,61	29,79	92,4	3,72	11,53
11	3,2	0	10,2	32,77	105	0	0
12	3,6	-0,1	13	46,66	168	-0,4	-1,3
13	3,5	0,2	12,3	42,88	150	0,7	2,45
14	3,6	-1,1	13	46,66	168	-4	-14,3
15	3,6	-0,4	13	46,66	168	-1,4	-5,18
16	3,7	-1,6	13,7	50,65	187	-5,9	-21,9
17	3,9	-0,3	15,2	59,32	231	-1,2	-4,56
18	3,8	-2,4	14,4	54,87	209	-9,1	-34,7
19	4,1	-3,5	16,8	68,92	283	-14	-58,8
20	4,2	-5,7	17,6	74,09	311	-24	-101
сума	66	3,6	222	765,2	2684	-7,6	-92

$$\begin{cases} 20p + 66q + 222r = 3,6 \\ 66p + 222q + 765r = -7,6 \\ 222p + 765q + 2684r = -92 \end{cases} \quad (3.4)$$

звідки $p=15,501$, $q=-4,6463$, $r=0,0011$.

$$y'(x) = 15,501 - 4,6463x + 0,0011x^2$$

$$y(x) = 105,501 - 4,6463x + 0,0011x^2 \quad (3.5)$$

Хоч коефіцієнти (3.3) та (3.5) не співпали та загальна тенденція підтвердилась.

Для часткової перевірки одержаних рівнянь побудуємо їх графіки на кореляційному полі.

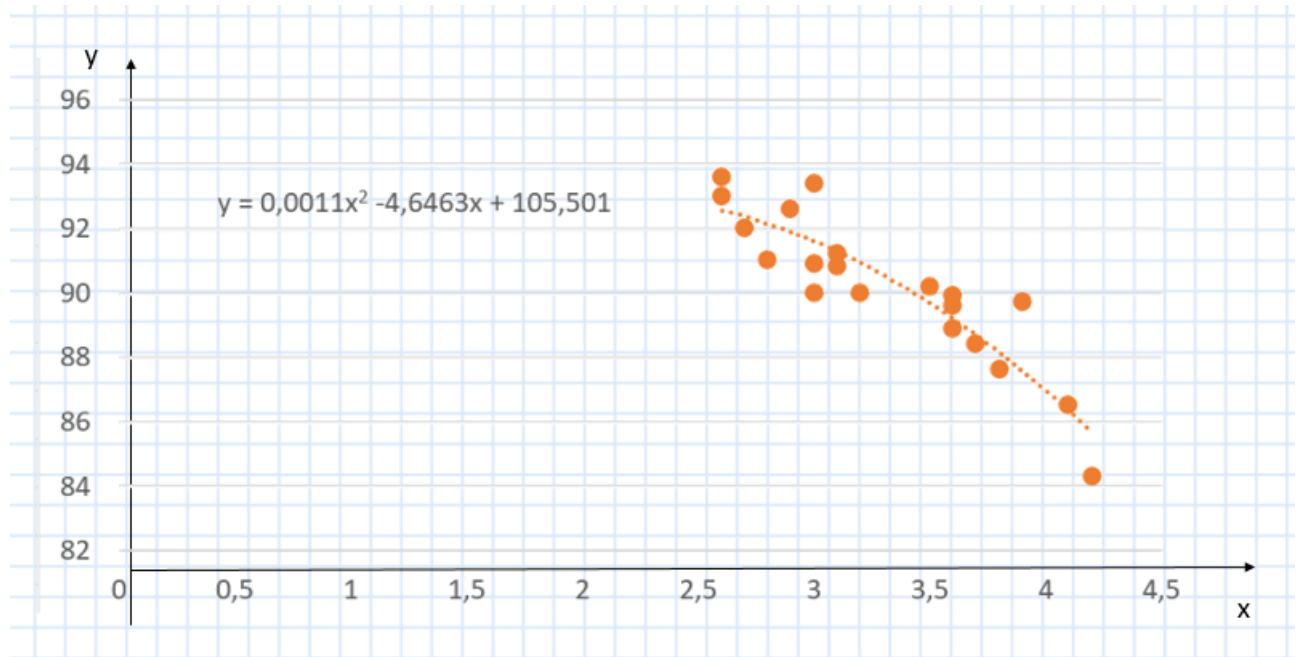


Рис. 1

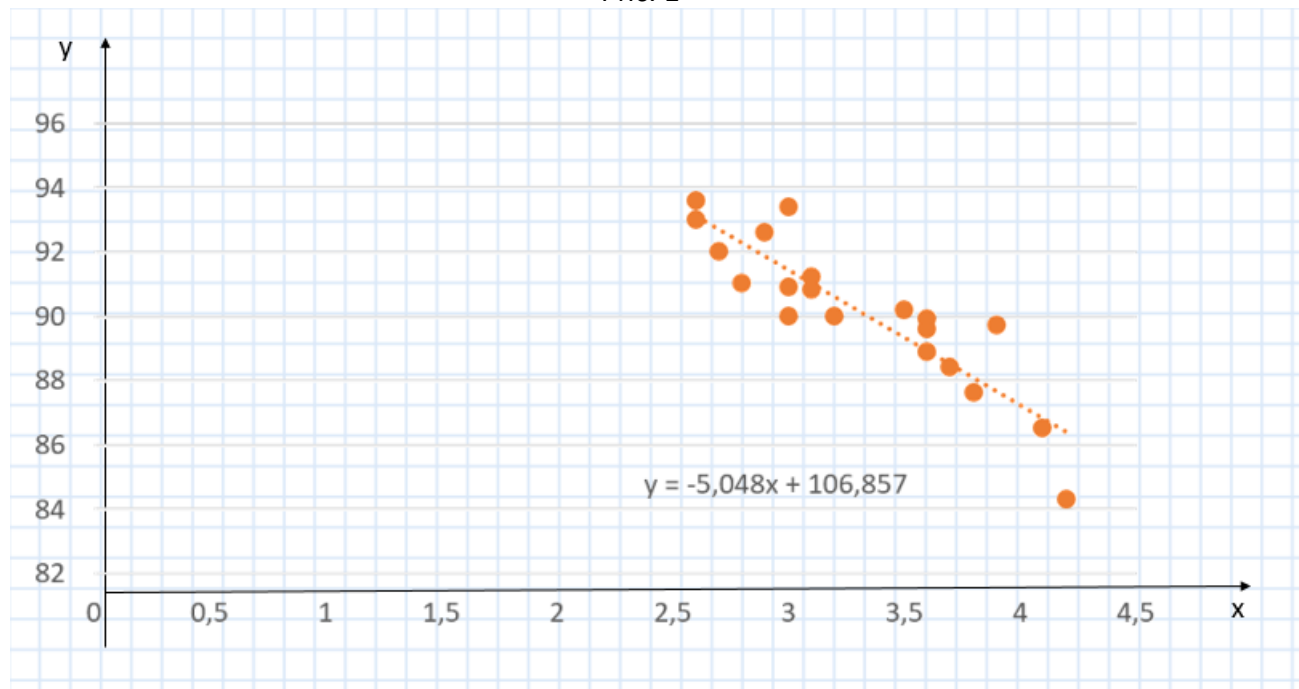


Рис. 2

Візуально точки поліноміальної залежності та лінійної розташовані приблизно порівну і рівномірно по обидва боки уздовж кожного з графіків, що не дає підстав для сумніву у правильності знайдених рівнянь регресії. Крім того, із візуального аналізу можна припустити, що парабола більш адекватно апроксимує залежність Y від X , оскільки точки кореляційного поля розташовані навколо неї більш рівномірно, ніж навколо прямої.

Для формальної перевірки останнього припущення обчислимо регресійну дисперсію для обох ліній регресії за формулою

$$D_p^n = \frac{1}{20-2} \cdot \sum_{i=1}^{20} (y_i - \tilde{y}_i^n)^2$$

$$D_p^n = \frac{1}{20-3} \cdot \sum_{i=1}^{20} (y_i - \tilde{y}_i^n)^2 \quad (3.11).$$

Обчислення коефіцієнтів дисперсій (3.11) зручно організувати в таблиці 3.

Таблиця 3

	x	y	$y_i - \tilde{y}_i^{\text{Л}}$	$(y_i - \tilde{y}_i^{\text{Л}})^2$	$y_i - \tilde{y}_i^{\text{П}}$	$(y_i - \tilde{y}_i^{\text{П}})^2$
1	2,6	93,6	0,1322	0,0174768	-0,17194	0,029565
2	2,7	92	1,2274	1,5065108	0,964009	0,929313
3	2,6	93	0,7322	0,5361168	0,428056	0,183232
4	3	93,4	-1,687	2,845969	-1,828	3,341584
5	2,9	92,6	-0,3822	0,1460768	-0,56402	0,318117
6	2,8	91	1,7226	2,9673508	1,499984	2,249952
7	3	90	1,713	2,934369	1,572	2,471184
8	3,1	90,8	0,4082	0,1666272	0,308041	0,094889
9	3	90,9	0,813	0,660969	0,672	0,451584
10	3,1	91,2	0,0082	6,724E-05	-0,09196	0,008456
11	3,2	90	0,7034	0,4947716	0,644104	0,41487
12	3,6	89,9	-1,2158	1,4781696	-1,11142	1,235263
13	3,5	90,2	-1,011	1,022121	-0,94758	0,897898
14	3,6	88,9	-0,2158	0,0465696	-0,11142	0,012415
15	3,6	89,6	-0,9158	0,8386896	-0,81142	0,658409
16	3,7	88,4	-0,2206	0,0486644	-0,07525	0,005663
17	3,9	89,7	-2,5302	6,401912	-2,30284	5,303067
18	3,8	87,6	0,0746	0,0055652	0,260944	0,068092
19	4,1	86,5	-0,3398	0,115464	-0,03034	0,00092
20	4,2	84,3	1,3554	1,8371092	1,705944	2,910245
сума	66	1804	0,372	24,07057	0,008884	21,58472
			$D_p^{\text{Л}} \approx$	1,3372539	$D_p^{\text{П}} \approx$	1,269689

$$D_p^{\text{Л}} \approx 1,337$$

$$D_p^{\text{П}} \approx 1,27$$

Як бачимо, $D_p^{\text{П}} < D_p^{\text{Л}}$, що підтверджує попередній висновок, зроблений на основі припущення про більшу адекватність квадратичної моделі лінії регресії, яку й обираємо для подальшого дослідження.

Із графічного зображення квадратичної лінії регресії (рис. 1 та 2) витікає висновок: перерахунки до бюджету уповільнено зростають зі збільшенням витрат на утримання, що підтверджує попередній висновок, зроблений на основі візуального аналізу за рис.1 та 2.

14.

Практичне завдання 4 (II частина)

Виконати індивідуальне завдання та приєднати фото зошита. Порівняти результати, отримані за методами у I та II частинах практичного завдання 4.

Дана статистична сукупність:

№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	2,6	2,7	2,6	3	2,9	2,8	3	3,1	3	3,1
y	93,6	92	93	93,4	92,6	91	90	90,8	90,9	91,2

№	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
x	3,2	3,6	3,5	3,6	3,6	3,7	3,9	3,8	4,1	4,2
y	90	89,9	90,2	88,9	89,6	88,4	89,7	87,6	86,5	84,3

Завдання:

За даними спостереження п митних установ необхідно дослідити можливу залежність між витратами на їх утримання (факторна ознака X) та перерахуваннями коштів до держбюджету (результативна ознака Y). Дослідження провести методами: комбінаційного групування, аналітичного групування

Розв'язання

1) Сформуємо комбінаційне групування за обома ознаками в Таблицю 1:

Таблиця 1

	y	до 88	88 - 90	90 - 92	від 92	
x		1	2	3	4	
до 2,9	1			2	3	5
2,9 - 3,3	2			5	1	6
3,3 - 3,7	3		4	1		5
від 3,7	4	3	1			4
		3	5	8	4	20

З таблиці 1 видно, що майже всі ненульові частоти згруповані вздовж додаткової діагоналі таблиці (з верхнього правого до нижнього лівого кута таблиці), тому є підстави для припущення про наявність між ознаками зворотного зв'язку.

$$\chi^2_{\text{сп}} = 20 \cdot \left(\frac{2^2}{8 \cdot 5} + \frac{3^2}{4 \cdot 5} + \frac{5^2}{8 \cdot 6} + \frac{1^2}{4 \cdot 6} + \frac{4^2}{5 \cdot 5} + \frac{1^2}{8 \cdot 5} + \frac{3^2}{3 \cdot 4} + \frac{1^2}{5 \cdot 4} \right) \approx 51,55$$

За таблицею критичних точок розподілу Пірсона $\chi^2_{\text{сп}}(9; 0,05) = 16,9$.

Оскільки $\chi^2_{\text{сп}}(9; 0,05) < \chi^2_{\text{сп}}$, то з надійністю 95% можна вважати, що перерахування до бюджету істотно залежить від витрат на утримання митних установ.

Оцінимо щільність зв'язку за допомогою коефіцієнта спряженості Крамера:

$$C = \sqrt{\frac{51,55}{20 \cdot 3}} \approx 0,9269 \quad C_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{16,9}{20 \cdot 3}} \approx 0,53$$

Оскільки $C_{\text{кр}} \cdot 0,7 + 0,3 < C < C_{\text{кр}} \cdot 0,3 + 0,7$, то за правилом трисекції залежність y від x вважають помірно щільною з надійністю 95%.

Висновок: за результатами дослідження, проведеного методом комбінаційного групування, між витратами на утримання та перерахуваннями до бюджету існує зворотна помірна, навіть тісна, залежність.

2) Метод аналітичного групування

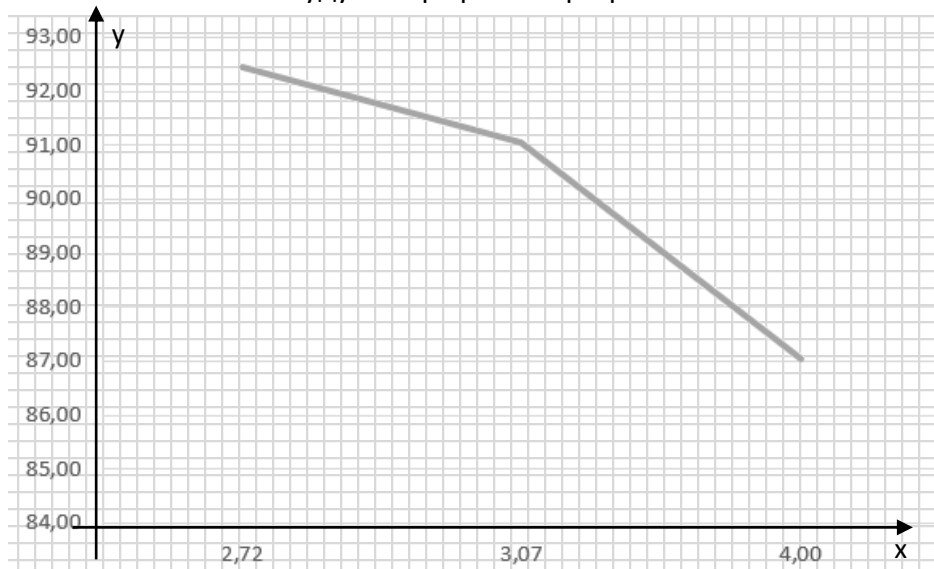
Розділимо задану сукупність пар $(x_i; y_i)$ за факторною ознакою X:

		Пари $(x_i; y_i)$						
			1	2	3	4	5	6
до 2,9	1	x_i	2,6	2,6	2,7	2,8	2,9	
		y_i	93,6	93	92	91	92,6	
2,9 - 3,3	2	x_i	3	3	3	3,1	3,1	3,2
		y_i	93,4	90,9	90	3,1	90,8	90
3,3 - 3,7	3	x_i	3,5	3,6	3,6	3,6	3,7	
		y_i	90,2	89,9	89,6	88,9	88,4	
від 3,7	4	x_i	3,8	3,9	4,1	4,2		
		y_i	87,6	89,7	86,5	84,3		

Середні на кожному проміжку:

	x_i	y_i
1	2,72	92,44
2	3,07	76,37
3	4,00	87,03

Побудуємо графік лінії регресії:



Висновок: більшим витратам на утримання митних установ відповідають менші перерахунки до бюджету, що підтверджує попередній висновок про можливість існування зворотного зв'язку між X та Y.