# Розділ 1

# Наноструктурні матеріали, їх фізикомеханічні властивості

Приставка «нано» (гр. Nannos - карлик) - перша складова частина найменувань одиниць фізичних величин, що служить для утворення найменувань часткових одиниць, рівних мільярдної  $(10^{-9})$  частці вихідних одиниць, наприклад 1 нанометр =  $10^{-9}$  м; скорочені позначення: н, п. До матеріалів з наноструктурою відносяться об'ємні матеріали з розмірами зерен менше 100 нм. Нижня межа визначається близькістю до розмірів атомів (порядку 0,1 нм) і молекул. До наноматеріалів відносяться також порошки твердих тіл з розміром частинок менше 100 нм, нанорозмірні утворення на поверхні, плівки та ниткоподібні елементи з нанорозмірною товщиною. Структура нанокристалічного об'ємного матеріалу складається з двох структурних складових кристалів і зернограничного областей (мал.1.1). Зернограничні області між сусідніми кристалітами характеризуються низькою атомною щільністю. Ширина їх не перевищує трьох-п'яти вілстаней Фізичні механічні міжатомних властивості та нанокристалічних матеріалів відрізняються істотно віл звичайних матеріалів властивостей 3 великокристалічною структурою. Так, зі зменшенням розмірів кристалів їх сумарна поверхнева енергія зростає, що призводить до зниження температури плавлення. Висока сумарна поверхність кристалітів веде до зростання міцності за рахунок гальмування розвитку тріщини. Пластична деформація зростає за рахунок зростання зерномежевої фази.

Іншим різновидом наноматеріалів є кластери (скупчення) і фулерени. Кластер - з'єднання, в якому атоми металів утворюють хімічний зв'язок між собою (CuAl<sub>2</sub>, Fe<sub>2</sub>Mo i iн). Властивості кластерів, істотно відрізняються від властивостей масивного тіла, залежать від числа атомів, що до них входять. У великих кластерах діаметром до 10 нм кількість атомів сягає 150.



Мал. 1.1. Атомна модель нанокристалічного матеріалу

Фулерен - форма вуглецю, що являє собою порожнисті симетричні структури, замкнута сферична поверхня яких утворена правильними багатокутниками з вуглецевих атомів (мал.1.2). Загальний символ фулерена позначається як  $C_n$ , де n - число атомів вуглецю, що створюють фулерен. Радіус молекули  $C_{60}$  дорівнює 0,357 нм при товщині оболонки сфери ~ 0,1 нм.



Мал. 1.2. Структури фулеренів, складених з п'яти- і шестикутних кілець вуглецю. Число атомів вуглецю в фулеренів: 28 (а); 32 (б); 50 (в); 60 (г) і 70 (д)

Синтезовані з фулеренів вуглецеві частинки мають твердість 40 ГПа і аномально високу пружність, що забезпечує високі властивості матеріалу. Абразивний знос такого матеріалу набагато нижчий високотвердого сталевого сплаву ШХ15. Твердість матеріалу HRC62 - 65, межа міцності при стисненні 2500 МПа.

Вуглецеві нанотрубки можуть бути одно- і багатошаровими (мал.1.3). Багатошарові трубки мають діаметр 4 - 5 нм і складаються з вставлених трубок ще меншого діаметра. Довжина таких трубок досягає 100 мкм. Вуглецеві нанотрубки володіють високим рівнем міцності та пружності. Межа міцності при розтягненні досягає 30 - 100 ГПа, модуль пружності від 1,0 - 2,0·10<sup>6</sup> МПа. Так, кабель з вуглецевих нанотрубок має межа міцності на розрив 15 ГПа (1,5·10<sup>4</sup> МПа), модуль пружності (1,3 - 1,8)·10<sup>6</sup> МПа при щільності 1,3 г / см<sup>3</sup>



Мал. 1.3. Приклади можливих структур нанотрубок

Враховуючи те, що міцність вуглецевих нанотрубок перевищує міцність сталі при низькій щільності, вуглецеві нанотрубки є найміцнішою речовиною з усіх, що відомі на сьогоднішній день. Напруга в матеріалі з нанотрубками пропорційно відносній деформації є, тобто справедливий закон Гука.

Межа міцності одношарової вуглецевої нанотрубки 45 ГПа, тоді як для сталі 2 ГПа, тобто міцність вуглецевої нанотрубки в ~ 20 разів перевищує міцність сталі.

З позиції механіки формування наноструктур в матеріалах шляхом введення в структуру нанопорошків або обробкою тиском повинно призвести до різкого зростання міцності, а також низькотемпературної і високошвидкісної пластичності. Об'ємний матеріал з нанокристалічною структурою можна уявити як полікристал з дрібними кристалітами, розділеними великоугловими межами. Це означає, що механічні властивості і поведінка нано- та великокристалічного матеріалів під впливом навантаження повинні бути подібними. Експериментально встановлено, що це припущення справедливе для певного діапазону розмірів зерен.

# 1.1. Твердість наноматеріалів

Твердість - опір матеріалу вдавленню індентора. Залежність твердості H (d) від розміру зерна описується законом Холла – Петч

$$H(d) \approx H_0 + K d^{-\frac{1}{2}}$$

де  $H_0$  - твердість тіла кристалітів (Па); К - коефіцієнт; d - розмір зерна.

З рівняння випливає, що зі зменшенням розміру кристалітів твердість зростає. При кімнатній температурі твердість наноматеріалів в 3 - 8 разів вище твердості великокристалічних матеріалів. Оскільки межі зерен є бар'єрами руху дислокацій, зі зменшенням розміру зерна число бар'єрів зростає і, отже, необхідні більш високі напруги для пластичної деформації.

Експериментально встановлено, що зростання твердості можливе до певного розміру зерна. Подальше зменшення зерна веде до зниження величини твердості (мал.1.4). Так, для сплаву NiW при зменшенні розміру зерна від 100 до 10 нм твердість зростає в ~ 2 рази. Подальше зменшення розміру зерна веде до зниження твердості в ~ 1,5 рази



Мал. 1.4. Схема залежності твердості матеріалу від розміру зерна: І - область, що підкоряється закону Холла - Петч; ІІ область аномальної залежності

# 1.2. Міцність і пластичність наноматеріалів

При визначенні межі текучості і межі міцності при одновісному розтягуванні зразків нанокристалічних матеріалів спостерігається підвищення міцності, аналогічно до підвищення твердості.

Міцність - опір руйнуванню при одновісному розтягуванні або стисненні. Характеризується межею плинності і межею міцності.

Пластична деформація характеризується напруженнями, необхідними для досягнення заданої залишкової деформації. В теорії пластичної деформації залежність межі текучості від розміру зерна є основною. Так, твердість по Вікерсу пов'язана з величиною межі текучості при температурах

$$\frac{H}{\pi} \cong 3$$

нижче 0,5  $T_{nn}$  емпіричним співвідношенням  $\sigma_T$  Для межі текучості наноматеріалів  $\sigma_T$  (d) справедливий вира

$$\sigma_{\mathrm{T}}(d) = \sigma_{0} + K_{y} \cdot d^{-\frac{1}{2}}$$

де  $\sigma_0$  - напруга, необхідна для переміщення дислокацій всередині зерна (Па);  $K_v$  - коефіцієнт межі деформації від зерна до зерна.

Загальний вигляд діаграми напруження - деформація при розтягуванні нанокристалічних матеріалів наведено на мал.1.5. На діаграмі присутні зона пружної деформації і зона плинності. У першій зоні працює закон Гука ( $\sigma \sim \delta$ ), у другій зоні при незначній зміні навантаження наноматеріал тече, тобто з'являється велика пластична деформація без зміцнення. Подальший відпал змінює поведінку матеріалу, що пов'язано з ростом зерна. Зменшуються межа плинності і твердість.



Деформація

Мал. 1.5. Криві напруги - деформація випробування зразків наноструктурної міді при кімнатній температурі: 1 - після РКУпресування; 2 - після відпалу при 473 К, 3 хв

Пластичність - властивість твердого тіла деформуватися без руйнування з утворенням залишкової деформації. У крупнозернистих матеріалах зростання ступеня пластичної деформації супроводжується підвищенням опору додається впливу. Таке явище називається деформаційних зміцненням, обумовленим гальмуванням дислокацій і зростанням їх щільності.

Поведінка наноматеріалів під навантаженням суттєво змінюється. У матеріалах з розміром зерна менше 100 нм спостерігається не тільки зростання міцності, що досягає високих значень, а й значне зростання пластичності (мідь, титан, інтерметаліди Ni<sub>2</sub>Al та ін.).

Пояснення зростання твердості, міцності і пластичності дано в ряді гіпотез. У гіпотезі двухфазного будови наноматериал представляється у вигляді композиту, що включає дві фази внутрізеренную кристалічну і аморфну зернограничного. Механічні властивості визначаються сумарною дією фаз. Твердість кристалічної фази описується формулою Холла - Петч, а зернограничного фаза має міцність матеріалу аморфного будови.

У гіпотезі зернограничного ковзання основним механізмом вважається переміщення уздовж поверхонь зерна зернограничного дислокацій, тобто зернограничного ковзання. Це підтверджують і результати комп'ютерного моделювання.

# 1.3. Пружні властивості наноматеріалів

Пружність - властивість твердого тіла деформуватися під дією зовнішніх сил і відновлювати свої форму і об'єм при знятті цих сил. Зв'язок напруга - деформація в твердому тілі лінійна ( $\sigma = E \cdot \varepsilon$ ), де коефіцієнтом є модуль пружності. Це справедливо при розтягуванні і стисненні. При скрученні зв'язок дотичного напруження з кутовою деформацією лінійна, де коефіцієнтом є модуль зсуву Величини модулів пружності і зсуву визначаються шляхом виміру швидкостей поздовжніх і поперечних ультразвукових коливань або методом резонансу.

У порівнянні з грубозернистим матеріалом модулі пружності в кристалічних матеріалах того ж складу на 10 - 15% нижче. Встановлено, що в наноматеріалах на величину модуля пружності впливають внутрішні напруги, що виникають при технологічному процесі отримання матеріалу (спікання, пресування), зернограничного прошарку і граткової дислокації.

Збільшення модулів пружності до значень великокристалічних матеріалів обумовлено перебудовою нерівномірних кордонів, що досягається відпалом.

# 1.4. Надпластичність наноматеріалів

Наноматеріали відрізняються високою надпластичні, значно перевищує величини пластичності для дрібнозернистих матеріалів. Надпластичність - аномальне пластичнее деформуванн я, що складається в різкому падінні міцності і сильному зростанні пластичності.

Зазвичай надпластичність проявляється в полікристалічних матеріалах з розміром зерен менше 10 мкм при їх деформації в певному температурно-швидкісному режимі. Швидкість деформації становить  $10^{-4} 10^{-3} c^{-3}$  при температурах (0,5 - 0,6) Т<sub>пл</sub>. Це спостерігається у ряду сплавів, наприклад Sb - B з подовженням в 20 разів і в кераміці  $Z_2O$ , стабілізованою  $Y_2O_3$ . Математичний опис надпластичної поведінки об'ємних наноматеріалів практично відсутня. Загальна закономірність зміни

деформації від параметрів структури і обробки має вигляд [2]

$$\varepsilon \sim \left[ D \cdot G \cdot b^{p+1} / T \right] \cdot \frac{1}{d^p}$$

де є - швидкість деформації (c<sup>-1</sup>); D - коефіцієнт зерномежевої дифузії (м<sup>2</sup>/c); G - модуль зсуву (Па); b - вектор Бюргерса (м); T - температура випробування (К); d - розмір зерна (м); p - коефіцієнт, що залежить від розміру зерна (зазвичай ~ 2).

Природа сверхпластичности при низьких температурах і високих швидкостях деформації полягає в нерівноважному стані кордонів зерен в нанокристалічних матеріалах, що сприяє прискоренню динамічних процесів на кордонах.

Для наноматеріалів можна ввести наступну умовну класифікацію:

1. Порошкові наноматеріали.

2. Нанокристалічні матеріали.

3. Наноматеріали з багатошаровою структурою.

4. Пористі високоміцні ультралегкі наноматеріали.

5. Компактні матеріали з дисперсним зміцненням.

Далі розглянемо параметри структури пористого матеріалу з нанопорошків.

#### Контрольні питання

1. Які складові входять в структуру нанокристалічного об'є много матеріалу?

2. Який закон описує залежність твердості матеріалу від розміру його зерна?

3. Назвіть характеристики міцності наноматеріалів.

4. Як визначаються пружні характеристики наноматеріалів

5. Що являє собою явище надпластичності?

## Розділ 2

## Параметри структури пористого матеріалу з нанопорошків

Розробка конструкційного матеріалу, що володіє заданими механічними властивостями, базується на попередньому аналізі і виборі параметрів структури. Порошкові композиції, одержані методом спікання, володіють високою різноманітністю структур. Сюди відносяться монофракційні склади, отримані спіканням нанопорошків з розміром частинок ~ 100 нм, біфракційні склади, отримані спіканням порошків з великих частинок більше 100 нм і порошків з нанорозмірів. Останні дозволяють отримати якісне спікання, створюючи високу міцність матеріалу.

## 2.1. Моделі структури пористого матеріалу

Всі моделі пористого матеріалу можна розділити на три групи. Першій групі відповідають моделі матеріалів, сформованих з порошків монофракційного складу. Модель являє собою просторову решітку з прямолінійних елементів, набраних зі сферичних частинок. Система характеризується структурним параметром m, яке відповідає числу сферичних частинок в ланцюжку між вузлами решітки. При m = 1 отримуємо кубічну укладку. Така модель має сенс при пористості засипки понад 48%.

Друга група являє собою біфракційну структуру, в яку включені великі частки. Механічні властивості такої структури визначаються числом ланцюжків, витягнутих в напрямку вектора навантаження. Включення в монофракційну структуру ізольованих частинок великої фракції не змінює числа контактів в даному перетині, саме тому механічні властивості матеріалу з такою структурою залишаються незмінними і можна для аналізу використовувати модель монофракційного складу.

Третя група розглядає поліфракційну структуру засипки з частинок як дискретну статистичну систему, де ймовірність знаходження частинок в деякому рівноважному стані визначається енергією, пов'язаної зі ступенем їх рухливості при даній упаковці.

Описані моделі мають ряд недоліків, основними з яких  $\epsilon$  або граничне спрощення структури або відсутність чітких уявлень про структуру.

У реальному пористому монофракційному матеріалі структура складається з каркаса, сформованого щільним укладанням контактуючих зерен (структура першого порядку), і мережі пустот, розподілених за обсягом матеріалу (структура другого порядку).

Структура з пористістю менше 30 - 40%, отримана спіканням порошків, являє собою щільну хаотичну упаковку. Лише при пористості більше 40% в структурі з'являється мережа великих порожнеч. При пористості П<40% число контактів частинки з сусідніми частинками становить п'ять - сім. Моделлю, яка задовільно відображає параметри реальної пористої структури з частинок монофракційного складу, є структура, побудована з частинок сферичної форми.

При регулярному розташуванні однорідні сфери можуть бути покладені в щільну тетрагональну упаковку з пористістю П = 25%. У такій структурі кожна сфера має контакт з дванадцятьма сусідами. Іншою можливою упаковкою є проста кубічна з пористістю 48%. У цій структурі кожна сфера має контакт з шістьма сусідніми сферами. Залежність числа контактів (координаційного числа) від пористості наведена на мал.2.1.

В умовах вільної засипки (див.мал.2.1) упаковка сфер відповідає укладанні з пористістю, близькою до 35 - 40%. Матеріал



Мал. 2.1. Залежність координатного числа N від пористості П: а - розрахунок формулою (2.1); б за розрахунок за формулою (2.2) упаковками: 1 3 тетраедрична; 2 - об'ємно центроване кубічне укладання; 3 - гексагональна; 4 - кубічна; 5 - алмазна; 6 зона вільної засипки сфер

з такою структурою володіє властивостей. изотропиєю Модельною структурою 3 параметрами, близькими до реальної, € структура 3 об'ємно центрированою кубічною укладкою (ОЦК), координаційне число пористість якої складають відповідно 8 і 32%. Схема структури наведена на мал.2.2.

Моделі перемичок, які характеризуються діаметром (2х), радіус кривизни (р) і відносний

$$\left(\frac{1}{n} = \frac{x}{R}\right)$$

радіус перемички (*n K*) наведені на мал.2.3. Відстань між центром рівне а. Величини цих параметрів залежать від відносного зближення центрів частинок

2*R* . Перший тип перемички (а) відповідає випадку,

коли 
$$\frac{a}{2R} < 1$$
, інший тип (б) -  $\frac{a}{2R} = 1$ , третій тип (в) -  $\frac{a}{2R} > 1$ 

Розрахунок координаційного числа N за за відомим значенням пористості засипки П<sub>3</sub>можна вивести за формулою

$$N = 11, 6(1 - \Pi_3) \tag{2.1}$$



Мал. 2.2. Модельна структура матеріалу з ОЦК-укладанням сферичних частин (N = 8, П = 32%)

При  $\Pi_3 = 0,35$  координаційне число становить 7,5. Формула (2.1) справедлива для структур, в яких формозміна в області контактів зерен слабка або відсутня. При пластичній формозміні зерен ситуація інша. Щільний однорідний матеріал з полікристалічної структури розділений на зерна, що мають в середньому 13,4 межі, 22,8 кута і 34,2 ребра.



Мал.2.3. Моделі перемичок між сферичними частинками

Експериментально встановлено, що при пластичній деформації хаотично упакованих сферичних частинок відбувається перетворення їх в поліедр. Отже, стиснення (усадка) - процес, де довільна упаковка сфер перетворюється в щільне угруповання зерен зі зміною координаційного числа від 8 до 13,4. У зв'язку з цим формула (2.1) для матеріалу з формозміною зерен буде відповідати граничним умовам при заміні коефіцієнта 11,6 на 13,4, тобто має вид

$$N = 13,4 (1-\Pi) \tag{2.2}$$

Криві, що відповідають залежностям виразів (2.1) і (2.2), наведені на рис.2.1. Межі застосовності формули (2.2) при оцінці N з точністю не вище 15% мають кордону  $0 < \Pi < 60\%$ .

Пористість каркаса, спеченого з порошків, залежить від розміру перемички. Графічна побудова сусідніх перемичок на поверхні модельної сфери при N = 8 показало, що при  $n \cong 1,34$  відбувається їх злиття з утворенням закритих пар. Пористість такої структури становить ~ 10%. З урахуванням вище вказаного

залежність пористості від розміру перемички має вид

$$\Pi = 1 - 0,65 \left( 1 + \frac{1,3}{n^4} \right) \tag{2.3}$$

При формуванні структури за рахунок пластичної деформації зерен залежність (2.3) запишеться у вигляді

$$\Pi = 1 - 0,65 \left( 1 + \frac{6}{n^4} \right)$$
(2.4)

У такій структурі пористість дорівнює нулю при п ≅1,8, що відповідає ~ 13,4 контактної площадки.

На практиці зернисті пористі матеріали виготовляють на основі поліфракційного складу. Часто використовують біфракційний склад, що включає велику фракцію (наповнювач) і тонкодисперсну фракцію (нанопорошки) в співвідношенні ~ 7: 3. За аналогією до монофракційного видається варіант моделі структури зі сферичних частинок біфракційного складу, тобто що складається з великих частинок діаметром  $D_1$  і дрібних частинок діаметром  $D_2$ , насипний об'єм яких відповідно V<sub>1</sub> і V<sub>2</sub>.

Як вже було зазначено, структура засипки сферичних частинок монофракційного складу може розглядатися у вигляді структури з ОЦК-укладанням і пористістю 30 - 40%. можливі варіанти моделей структури матеріалу з сферичних частинок біфракційного складу наведені на мал.2.4. Моделі побудовані з умови ОЦК-укладки частинок варіанти моделі структури. Перший варіант - великі частки мають контакт між собою, а дрібні заповнюють обсяг між ними, тобто  $\delta = 0$  (а). Другий варіант - дрібні частинки розсунули великі, тобто  $0 < \delta < D_2$  (б). Третій варіант - граничний випадок другого, коли дрібні частинки потрапили в вигляді моношару між великими  $\delta = D_2$  (в). Четвертий варіант - в контакті між великими кілька шарів

дрібної фракції <br/>  $\delta > D_2$  (г). Зазначені варіанти визначаються<br/>  $K_{\rm f} = \frac{V_2}{V}$ 

співвідношенням обсягів фракції, тобто



Мал.2.4. Можливі варіанти структури матеріалу зі сферичних частинок біфракційного складу (ПР - поверхня руйнування)

# 2.2. Концентратори напружень в структурі пористого матеріалу

Факторами, що визначають міцність пористого матеріалу зернистої будови, є дефекти типу мікропор, перемички між частинками, хаотично орієнтованими в просторі відповідно до укладанням частинок, і мікродефекти в перемичці типу мікропор, тріщин і надрізів. Аналітичного аналізу концентрації напружень на дефектах структури типу пір, тріщин, виточок присвячена велика кількість робіт. За даними цих робіт, коефіцієнт концентрації напружень на периферії виточки для гіперболічного надрізу обчислюється за формулою

$$K_{f} = \frac{\left(\frac{a_{1}}{p}\right) \cdot \sqrt{\frac{a_{1}}{p} + 1} + 0.8\frac{a_{1}}{p} + 1.3\left[\sqrt{\frac{a_{1}}{p} + 1} + 1\right]}{\frac{a_{1}}{p} + 0.6\sqrt{\frac{a_{1}}{p} + 1} + 2}$$
(2.5)

де *a*<sub>1</sub>, *ρ* - глибина надріза и радіус його кривизни на вершині відповідно. Апроксимація залежності (2.5) при

$$a_1 = \frac{R-x}{2}; \quad p = \frac{x^2}{2(R-x)}; \quad \frac{R}{x} = n;$$

має вигляд

$$K_{j} \cong 0,75 \cdot n \tag{2.6}$$

Формула (2.6) справедлива для оцінки  $K_{j}$  на периферії бездефектної перемички при n> 13,4. Похибки  $K_{j}$  по (2.6) щодо розрахункового значення по (2.5) в межах 10 - 15%. Коефіцієнт концентрації напружень у еліптичних макропор (мал.2.5, а) оцінюється за формулою

$$K_{b} = 1 + 2\left(\frac{C_{0}}{p}\right)^{\frac{1}{2}} = 1 + \left(\frac{C_{0}}{b_{0}}\right)^{\frac{1}{2}}$$
(2.7)

де C<sub>0</sub>, b<sub>0</sub> - відповідно велика і мала півосі еліпса; ρ - радіус кривизни в вершині еліптичної пори.

,



Мал.2.5. Схема розподілу напружень і коефіцієнти концентрації напружень на порі (а), на перемичці без дефектів (б) і на перемичці з дефектами в перерізі (в, г)

При  $C_0 = b_0$ , що відповідає круговій по́рі, коефіцієнт концентрації напруги дорівнює трьом. У разі гострої тріщини довжиною  $C_0$ , де радіус у вершини тріщини приблизно дорівнює міжатомній відстані, маємо

$$K_b \cong B \cdot \left(\frac{C_0}{p}\right)^{\frac{1}{2}} \tag{2.8}$$

На основі принципу суперпозиції полів напружень і від геометрії самої перемички, що відповідає першому варіанту (мал.2.5, б) і від дефекту в структурі перемички (мал.2.5, в) вираз для загального коефіцієнта концентрації напружень  $K_q$  поблизу дефекту може бути записано

$$K_q = K_t \cdot K_b \left(\frac{p}{p+2y}\right) \tag{2.9}$$

де  $K_t$  - коефіцієнт концентрації напружень за рахунок геометрії перемички;  $K_b$  - коефіцієнт концентрації напружень за рахунок дефекту в структурі перемички; у - відстань від краю перемички до краю дефекту (мал.2.5, в). Для оцінки коефіцієнта концентрації напружень в перемичці з дефектом, що має вигляд надрізу (мал.2.5, г), слід користуватися формулою (2.5) при

$$a_1 = \frac{R-x}{2}; \quad p = \frac{\omega}{2}$$

де *w* - товщина зернографічної фази.

У разі присутності в структурі матеріалу великих пір (структура першого порядку), форма яких може бути як еліптичної, так і кругової (див. мал.2.5, а), загальний коефіцієнт концентрації напружень в перемичці, що має дефект в обсязі і знаходиться у периферії по́ри, буде дорівнює

$$K_q = K_t \cdot K_b \cdot K_{bnp} \cdot \left[\frac{p}{p+2y}\right]$$
(2.10)

де  $K_{bnp}$  - коефіцієнт концентрації напружень на периферії великої по́ри. Значення  $K_t$ ,  $K_b$ ,  $K_{bnp}$  в залежності від геометричних параметрів n,  $C_0$  і  $b_0$  наведені в табл..2.1.

## Таблиця 2.1

# Розрахункові значення коефіцієнтів концентрації напруг в ідеальній перемичці і в еліптичної порі

n	1,34*	2	3	5	6
K <sub>t</sub>	1,12	1,4	2,25	5,1	7,0
$C_0 / b_0$	1	2	5	10	100
$K_b, K_{b \pi p}$	3	3,8	4,2	7,4	21

\* граничний розмір перемички

3 аналізу (2.10) випливає, що початок руйнування можливо або від краю перемички  $K_b \cdot \left[\frac{p}{p+2y}\right] \le 1$ , або ж від краю дефекту в перемичці, коли  $K_b \cdot \left[\frac{p}{p+2y}\right] > 1$ . Конкретні оцінки для дефекту сферичної форми ( $K_b = 3$ ) показують, що при  $\frac{p}{p+2y} > \frac{1}{3}$ руйнування відбуватиметься від краю дефекту  $K_q = K_t \cdot K_b \cdot K_{bnp} \cdot \left[\frac{p}{p+2y}\right]$ , при  $\frac{p}{p+2y} < \frac{1}{3}$  від краю  $K = K \cdot K_t$ 

перемички  $K_q = K_t \cdot K_{bnp}$ . Якщо в об'ємі відсутні великі пори, то  $K_b = 1$ .

Як приклад оцінимо величину  $K_q$  для сферичного дефектупори і для перемички, як при наявності великих сферичних порожнин в структурі матеріалу, так і без них. При n = 2 – 3 і

$$\frac{p}{p+2y} = 0.9 \quad K_t = 1, 4-2, 25;$$

 $K_t = 1, 4 - 2, 25$ ;  $K_t \cdot K_{bnp} = 4, 2 - 6, 75$  і  $K_q = 11 - 18$ . Це означає, що руйнування буде починатися на дефекті в перемичці. Отже, найбільш небезпечними є дефекти, розташовані у периферії перемички.

У разі злиття перемичок, коли відкрита пористість дорівнює нулю, основними концентраторами будуть макропори, коефіцієнт концентрації напружень на яких дорівнює трьом-п'яти.

Отримані результати дозволяють зробити висновок про те, що при розробці матеріалу з високою міцністю необхідно домагатися регулярності структури, виключаючи формування великих пор, а також отримуючи структуру перемички бездефектної. Це дозволить зменшити концентрацію напружень до величини, обумовленої лише геометрією перемички.

# Контрольні питання

 Які моделі пористого матеріалу ви знаєте?
 Які фактори визначають міцність пористого матеріалу зернистої будови?

3. За якою формулою обчислюється коефіцієнт концентрації напружень на периферії дефекту типу виточки з гіперболічним надрізом?

4. Як визначити величину коефіцієнта концентрації напруг у еліптичних макропор?

5. Яким способом можна зменшити концентрації напружень на структурних дефектах?

#### Розділ 3

#### Міцність пористого матеріалу з нанопорошків

# 3.1. Міцність матеріалу монофракціонного складу

Межа міцності пористого матеріалу  $\sigma$ , отриманого спіканням з нанопорошків, залежить від середньої напруги в перетині перемички  $\sigma_{cp}$ , числа частинок на одиницю площі перетину  $N_c$ , кількості зруйнованих перемичок на одну частинку  $N_p$  і площі їх руйнування S. Зв'язок між цими параметрами запишеться у вигляді  $\sigma$ 

$$\sigma = \sigma_{cp} \cdot N_c \cdot N_p \cdot S \tag{3.1}$$

Значення, що входять в рівняння (3.1) параметрів визначимо з наступних залежностей. Максимальне напруження в перемичці можна виразити через міцність матеріалу перемички і коефіцієнт концентрації напружень наступною формулою:

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{K_q} \tag{3.2}$$

де  $\sigma_0$  - міцність матеріалу перемички;  $K_q$  - коефіцієнт концентрації напружень на перемичці. Величина  $N_c$  визначиться як число сфер, розташованих в одиниці площі, при вільному укладанні, тобто.

$$N_{c} = \left[ \left( 1 - \Pi \right) \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{\pi R^{3}} \right]^{\frac{2}{3}}$$

Уявімо, що руйнування відбувається по поверхні між шарами з сферичних частинок. Згідно з моделлю структури, частки з'єднані в верхньому шарі з частинками в нижньому шарі двома - чотирма перемичками. Найменшу міцність буде мати матеріал з такою структурою, в якій на кожній частинці руйнуються приблизно дві перемички. Перетин обох перемичок на сфері нахилені до площини руйнування під кутом ~ 35 ° (див. мал.2.2).

На основі фрактографічного аналізу поверхонь руйнування модельних матеріалів з сферичних частинок монофракційного складу  $Al_2O_3$  та  $Z_2O_2$ , а також з частинок довільної форми на поверхні частинки руйнується 25% перемичок. Це відповідає  $\frac{1}{4}$  координаційного числа. В такому випадку  $N_p$  рівно

$$N_{p} = \frac{N}{4} = \frac{11,6}{4} \left(1 - \Pi_{3}\right) = 2,9 \left(1 - \Pi_{3}\right)$$
(3.3)

Площа перетину зруйнованої перемички, орієнтованої під кутом 35 ° до площини руйнування, дорівнює

$$S = \pi x^2 \cdot \cos 35^\circ \tag{3.4}$$

Підставляючи рівняння (3.2) і (3.4) в формулу (3.1), отримаємо залежність міцності пористого матеріалу з нанопорошків від параметрів структури у вигляді:

$$\sigma = \frac{\sigma_0 \cdot A \cdot (1 - \Pi)^{\frac{2}{3}} \cdot (1 - \Pi_3)}{K_q \cdot n^2}$$
(3.5)

де А - коефіцієнт, що дорівнює ~ 1,7 для матеріалу монофракційного складу. У разі структури, де формування перемичок супроводжується усадкою, а отже, зміною координаційного числа, оцінку міцності потрібно розраховувати за формулою

$$\sigma = \sigma_0 \frac{A \cdot (1 - \Pi)^{\frac{5}{3}}}{K_q \cdot n^2}$$
(3.6)

Проаналізуємо величини, що входять в рівняння (3.5). У матеріалі, що складається з частинок однієї фракції, залежність об'ємної частки відкритих пір П від п при  $n \ge 2$  слабка. При 1,4 < n < 2 вплив обсягу перемичок на пористість значне і при  $n \le 1,34$  перемички зливаються, утворюючи щільну структуру.

Величина  $(1 - \Pi_3)$  для матеріалу зі сферичних частинок при їх вільному укладанні дорівнює 0,55 - 0,65, що відповідає пористості засипки, що дорівнює 0,35 - 0,45. Застосування методів ущільнення укладання (віброукладка, гідродинамічне укладання та ін.) збільшує щільність укладання, знижуючи пористість засипки до 0,35 - 0,40. Слід зауважити, що зі зменшенням розміру частинок фракцій величина  $(1 - \Pi_3)$  зменшується з ростом пористості.

Оцінимо крайні умови для формули (3.5). При вільній засипці, коли п  $\rightarrow \infty$  маємо  $\sigma = 0$ . Для щільного матеріалу, коли  $n \cong 1, 34$ , що відповідає злиттю перемичок,  $\Pi \rightarrow 0, K_q = 1 \ ma \ \sigma = 0, 6 \cdot \sigma_0$ . Ці оцінки дозволяють вважати, що формула (3.5) несуперечлива.

Крім п,  $\Pi_3$  і П міцність визначається і величиною  $\sigma_0$ , яка відображає якість матеріалу перемички, тобто мається на увазі матеріал, склад і властивості якого можуть відрізнятися від складу частинок. Це означає, що варіювання величиною  $\sigma_0$  дозволяє управляти міцністю матеріалу.

# 3.2. Міцність матеріалу біфракційного складу

Міцність матеріалу біфракційного складу, так само як і монофракційного, визначається кількістю і розміром перемичок, але відмінність полягає в тому, що в біфракційному матеріалі наявні частинки великої фракції. Дрібні частинки з'єднані між собою перемичками, кількість яких відповідає координаційному числу, а дрібні частинки з великими - тільки однієї перемичкою. В цьому випадку слід розглядати руйнування матеріалу як в обсязі дрібної фракції, так і по поверхні великих часток.

З огляду на модель структури біфракційного складу, поверхню руйнування можна розділити на окремі осередки з параметрами  $b = \frac{2}{\sqrt{3}} a$  (див.мал.2.4). Площа, по якій відбувається

руйнування в осередку за обсягом дрібної фракції, виразиться у вигляді

$$S_{M} = \frac{4}{3}a^{2} - 2\frac{\pi \left(D_{1} \cdot \sin \alpha\right)^{2}}{4}$$

$$\pi \left(D_{1} \cdot \sin \alpha\right)^{2}$$
(3.7)

де 4 проекція сегмента руйнування на площину руйнування;  $\alpha$  - кут, який виділяє сегмент руйнування в осередку за обсягом дрібної фракції. У прийнятій моделі структури параметр  $\alpha$  змінюється від 0 (> 1)  $\Box_{f}$  до 55 ° (= 0,35)  $K_{f}$  в залежності від об'ємного вмісту великої фракції. Площа на поверхні великих частинок, по якій відбудеться руйнування в осередку, з урахуванням незаповнених зон можна висловити як

$$S_{K} = 2\frac{\pi \left(D_{1} \cdot \sin \alpha\right)^{2}}{4} - 2\pi \cdot h_{1}^{2} \cdot \cos 55^{\circ}$$
(3.8)

де  $2\pi \cdot h_1^2 \cdot \cos \alpha$  проекція незаповненої зони (див. мал.2.4) на площину руйнування. Число частинок в осередку, що беруть участь в руйнуванні за обсягом дрібної фракції,

$$N_{cp} = (1 - \Pi)^{\frac{2}{3}} \cdot \frac{3.3}{\pi^{\frac{2}{3}} \cdot D_2^2} \left[ \frac{\pi (D_1 \cdot \sin \alpha)^2}{2} - 4h^2 \cdot \pi \cdot 0,57 \right]$$
(3.9)

Кількість зруйнованих перемичок в обсязі дрібної фракції дорівнює добутку  $N_{c\phi} \cdot N_p$ , тобто

$$N_{PM=} \left(1 - \Pi\right)^{\frac{5}{3}} \cdot \frac{1,1}{\pi^{\frac{2}{3}} \cdot D_2^2} \left[\frac{4}{3}a^2 - \frac{\pi \left(D_1 \cdot \sin \alpha\right)^2}{2}\right]$$
(3.10)

Число зруйнованих перемичок на поверхні великих частинок дорівнює числу дрібних частинок  $N_{c\phi}$ , оскільки на кожну дрібну частку припадає одна зруйнована перемичка. Міцність матеріалу біфракційного складу пропорційна числу зруйнованих перемичок ( $N_{PM} + N_{c\phi}$ ), числу осередків на одиницю площі  $N_{gq}$ , площі зруйнованої перемички  $\pi x^2$  і міцності матеріалу перемички, тобто

$$\sigma = \frac{\sigma_0}{K_q} \cdot \pi \cdot x^2 \cdot N_{gq} \cdot \left( N_{PM} + N_{c\phi} \right)$$
(3.11)

де  $\sigma_0$  міцність матеріалу перемички; х - радіус перемички. Число осередків на одиницю поверхні руйнування дорівнюватиме

$$N_{_{g_{4}}} = \frac{1}{b^2} = \frac{3}{4}a^{-2} \tag{3.12}$$

Після підстановки формул (3.9), (3.10), (3.12) в (3.11) і деяких перетворень отримуємо загальну залежність міцності матеріалу від параметрів структури:

$$\sigma = B \cdot \frac{\sigma_0 \cdot (1 - \Pi_3)^{\frac{5}{3}}}{K_q \cdot n^2} \times \left\{ 3, 3 \left( 8, 5 - \frac{D_1 \cdot \sin a}{a^2} \right) + \frac{1}{1 - \Pi_3} \left[ \frac{(D_1 \cdot \sin \alpha)^2}{a^2} - \frac{h_1^2}{a^2} \cdot 5, 56 \right] \right\}$$
(3.13)

 $n = \frac{D_2}{2x}$ . Розглянемо деякі де *В* - коефіцієнт, рівний оцінкам ~0,7; окремі випадки. Наведемо залежності міцності матеріалу біфракційного

складу з частинок з співвідношенням розмірів  $\frac{D_1}{D_2} \ge 5$ . 1.  $\frac{\alpha}{D_1} \cong 1$  (див. мал 2.4 с.)

1.  $\frac{\alpha}{D_1} \cong 1$  (див. мал.2.4, а), відстань між великими частками  $\delta \rightarrow 0$ . Незаповнений обсяг практично відсутній, але між великими

$$\left(\frac{h_1}{D_1}\cong 0,2\right)$$

при цих умовах формула частками контакту немає (3.13) перетвориться

$$\sigma = B \cdot \frac{\sigma_0 \cdot (1 - \Pi_3)^{\frac{5}{3}}}{K_q \cdot n^2} \cdot \left(0, 7 + \frac{0, 46}{1 - \Pi_3}\right)$$
(3.14)

Для випадку мінімальної пористості П<sub>3</sub> = 35% (див.мал. 2.4, б) з формули (3.14) отримуємо:

$$\sigma \cong \frac{0, 5 \cdot \sigma_0}{K_a \cdot n^2} \tag{3.15}$$

2.  $\alpha = D_1 + D_2$  (див. мал.2.4, в), незаповнений об'єм відсутній,  $h_1 = 0, \Pi_3 = \Pi_M$ . Великі частинки знаходяться в контакті через моношар дрібної фракції. Вираз (3.13) після підстановки зазначених вище параметрів набуває вигляду

$$\sigma = B \cdot \frac{\sigma_0}{K_q \cdot n^2} \tag{3.16}$$

3. а >> D1 (див.мал.2.4, г). Цей випадок можливий, коли обсяг дрібної фракції значно перевищує обсяг великої фракції, тобто К >> 1. Пористість зайнятого обсягу при цьому практично стає рівною загальній пористості, тобто пористості монофракціонного складу (~ 35%). Рівняння (3.13) перетвориться до

$$\sigma = 1, 7 \cdot \sigma_0 \cdot \frac{(1 - \Pi)^{\frac{2}{3}}}{K_q \cdot n^2} = 0,85 \cdot \frac{\sigma_0}{K_q \cdot n^2}$$
(3.17)

Проаналізувавши розглянуті варіанти випливає, що міцність біфракційного складу може змінюватися в широких межах шляхом регулювання параметрів структури. Однак зауважимо, що верхня межа не перевищуватиме міцність монофракційного матеріалу з дрібних частинок. Це пояснюється тим, що на поверхні великих часток на кожну дрібну доводиться одна зруйнована перемичка, тоді як в монофракційному матеріалі на кожну частку припадають в середньому дві зруйновані перемички. При цьому упаковка дрібних частинок в обсязі дрібної фракції менш щільна, ніж в монофракційной структурі.

#### 3.3. Модуль пружності матеріалу з нанопорошків

Для аналізу пружних властивостей скористаємося моделлю кубічного укладання (див.мал.2.2), що і при аналізі міцності матеріалу. Для оцінки розподілу навантажених зон в обсязі частки і моделі структури була використана фотопружна модель структури. Було встановлено, що під перемичкою навантаження приймає стовп з шириною, близькій до розміру перемички (мал.3.1). При аналізі деформованого стану було прийнято допущення, що деформація уздовж навантаженої зони постійна. Скорочення (подовження) навантаженої зони перетином  $\pi x^2 \cdot \cos \alpha$  та висотою 2R  $\cdot \cos \alpha$  при дії навантаження Р буде рівно

$$2\Delta l = \frac{2P \cdot R \cdot \cos \alpha}{E_0 \cdot \pi x^2 \cdot \cos 35^\circ}$$
(3.18)



Мал.3.1. Зона навантаження моделі пластини в пористому матеріалі

Відносна деформація матеріалу з модельною структурою дорівнює відносній деформації навантаженої зони частки, тобто

$$\varepsilon = \frac{P}{E_0 \cdot \pi x^2} \tag{3.19}$$

Модуль пружності визначимо із закону Гука, виразивши о через Р і число перемичок на частці N, що потрапляють в нормальний перетин

$$\sigma \cdot 1 = P \cdot N \left( \frac{1 - \Pi}{\frac{\pi D^3}{6}} \right)^{\frac{2}{3}}$$
(3.20)

Величина N, що дорівнює числу зруйнованих перемичок, що припадають на одну частинку, дорівнює ~ 2. Підставляючи вирази (3.19) і (3.20) в  $E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$ , отримуємо:

$$E = \frac{B_1 \cdot E_0 \cdot (1 - \Pi)^{\frac{2}{3}} \cdot (1 - \Pi_3)}{n^2}$$
(3.21)

Коефіцієнт В<sub>1</sub>, який залежить від геометрії частинок і фракційного складу, визначаємо з граничних умов. При  $\Pi \cong 10\%$  і n = 1,34 (перемички зливаються), E = 0,6E<sub>0</sub> та П = 35% отримуємо В<sub>1</sub>= 1,7.

При П  $\cong 35\%$  (n> 2) відносний модуль пружності матеріалу з сферичних частинок, Е /  $E_0$ буде визначатися тільки параметром n, тобто

$$\frac{E}{E_0} = \frac{B_2}{n_2}$$
(3.22)

 $_{\mathrm{de}} B_2 \cong 0,85$ 

Величину граничної пружної деформації можна оцінити, використовуючи закон Гука. Підставляючи формули (3.13) для σ і (3.21) для Е, маємо:

$$\varepsilon \cong \frac{\sigma_0}{E_0} \cdot \frac{1}{K_q} \cdot C \tag{3.23}$$

де С - коофіцієнт, рівний ~ 1,0 (при П <10%,  $\displaystyle \frac{E}{E_0}\cong 1$ і $K_q=1,1$ 

Приклад. Визначити модуль пружності пористого матеріалу, спеченого з нанопорошків монофракційного складу, при розмірах перемички 0,5 і 0,74 від розміру часток D порошку. Рішення.

1. Визначаємо величину коефіцієнта  $n_i = \frac{2x_i}{D}$ , де 2х – діаметр перемички

$$n_1 = \frac{d_1}{D} = 2$$
,  $n_2 = \frac{d_2}{D} = \frac{1}{0,74} = 1,35$ 

2. Визначаємо величину пористості структури пр<br/>и $\varPi_1$ та $\varPi_2$ 

$$\Pi_{1} = 1 - 0,65 \left( 1 + \frac{1,3}{n_{1}^{4}} \right) = 1 - 0,65 \left( \frac{1,3}{8} \right) = 0,25$$
$$\Pi_{2} = 1 - 0,65 \left( 1 + \frac{1,3}{n_{2}^{4}} \right) = 1 - 0,65 \left( \frac{1,3}{3,32} \right) = 0,1$$

При  $n_1 = 1,35$  перемички зливаються, утворюючи закриту пористість, рівну 10%.

3. Визначаємо величину модуля пружності при співвідношеннях  $n_1 = 2$  і  $n_2 = 1,35$ . Розрахункове рівняння для Е має вигляд

$$E_{i} = \frac{B_{2} \cdot E_{0} \cdot (1 - \Pi)^{\frac{2}{3}} \cdot (1 - \Pi_{3})}{n_{i}^{2}}$$

35

,

 $B_2 = 1,7$  - коофіцієнт;  $E_0 = 2 \cdot 10^5 M\Pi a$  - модуль пружності матеріалу наночастинок порошку;  $\Pi_3$  - пористість при вільній засипці.

$$E_{1} = \frac{1,7 \cdot 2 \cdot 10^{5} \left(1-0,25\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(1-0,35\right)}{2^{2}} = 0,637 \cdot 10^{5} M\Pi a$$

$$E_2 = \frac{1,7 \cdot 2 \cdot 10^5 \left(1 - 0,1\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(1 - 0,35\right)}{1,35^2} = 1,42 \cdot 10^5 M\Pi a$$

Величина модуля пружності Е<sub>2</sub> відповідає пористому матеріалу із закритою пористістю 10%.

# Контрольні питання

1. Від яких параметрів структури залежить межа міцності пористого матеріалу з нанопорошків?

2. Який параметр відображає якість матеріалу перемички?

3. За якою формулою визначається міцність матеріалу біфракційного складу?

4. Як визначити модуль пружності матеріалу з нанопорошків?

5. Який закон використовувався при виведенні формули для розрахунку модуля пружності матеріалу з нанопорошків?

#### Розділ 7

## Руйнування наноструктурних матеріалів. В'язкість руйнування

# 7.1. Тріщина в матеріалі

При дії циклічних температурних навантажень або при спільній дії навантажень і навколишнього середовища зародки тріщини в структурі наноматеріал (мал.7.1, а, ділянка І) виростають до тріщин середніх розмірів (мал.7.1, а, ділянка ІІ), які перетворюються в макротріщини (ділянка ІІІ), що приводить до катастрофічного руйнування. Розвиток тріщини можна представити у вигляді кривої. Чим довше тріщина, тим більше концентрація напружень на ній. Міцність елемента конструкції зменшується з ростом розміру тріщини (мал.7.1, б). Тріщина в процесі коливань навантаження зростає. Це означає, що елемент конструкції, а отже, і прилад мають обмежену довговічність.



Мал.7.1. Схема росту тріщини за стадіями розвитку (а) і залежності міцності від розміру тріщини (б)

Розуміння процесів руйнування наноматеріалу дає можливість виявити параметри матеріалу, визначити вимоги до його обробки і умов експлуатації. Механіка руйнування повинна відповісти на наступні питання:

1. Яка залежність міцності матеріалу від розміру тріщини?

2. Який розмір тріщини в наноматеріалів можна допустити при очікуваних експлуатаційних навантаженнях?

3. Як довго триватиме зростання тріщини від початкового до критичного розміру?

4. Який розмір структурних дефектів допустимо в початковий момент експлуатації елемента приладу?

# 7.2. Концентрація напружень в перерізі

Однією з причин руйнування елементів конструкцій з наноматериал є нерівномірний розподіл напружень в перетинах.

У разі постійності перерізу елемента приладу або при безперервній зміні його по довжині має місце плавну зміну напруги по площі перетинів. При різкій зміні поперечного перерізу внаслідок зміни розмірів і форми (отвір, край шару на поверхні, по́ра і ін.) відбувається явно виражене порушення плавного закону розподілу напружень по площі перетину, зване концентрацією напружень.

Концентрація напружень має чітко виражений місцевий характер. Вона швидко згасає в міру віддалення від місця різкої зміни перерізу. Місце, що викликало концентрацію напруг, називається концентратором.

Розглянемо ступінчастий стрижень з наноматеріалу, який має різку зміну поперечного перерізу a-a і b-b (мал.7.2). Напруження в перетинах з площами  $F_1$  та  $F_2$  розподілені рівномірно. У місці різкої зміни перерізу, тобто в перерізі с-с

нормальні напруги нерівномірні. Максимальна напруга на периферії значно вище номінальних  $\sigma_1$  та  $\sigma_2$ . Коефіцієнт

$$K = \frac{\sigma_{max}}{r}$$

концентрації напружень буде дорівнює  $\sigma_2$ . Величина коефіцієнта К залежить від виду концентратора і може досягати в наноматеріалах сотень одиниць.



Мал.7.2. Концентрація напружень в ступінчастому стрижні при розтягуванні

При розтягуванні пластини з концентратором напруги в вигляді отвору найбільше нормальне напруження в пружною області визначиться як

$$\sigma_{max} = K \cdot \sigma_0 \tag{7.1}$$

де  $\sigma_0$  - номінальна напруга в перетині. Епюри нормальних напружень в перерізі а-а для трьох видів отворів наведені на мал.7.3. Для кругового отвору (мал.7.3, а) за даними експерименту коефіцієнт концентрації К близький до трьох. Для розрахунку величини К в інженерній практиці використовується формула



Мал.7.3. Концентрація напружень в пластині з отворами при розтягуванні

$$K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_2} = 1 + 2 \cdot \sqrt{\frac{\alpha}{\rho}}$$
(7.2)

З формули (7.2) випливає, що при а >>  $\rho$  поперечний еліптичний отвір має вигляд тріщини. На такій тріщині при її довжині 2a = 10 мкм і радіусі при вершині  $\rho = 10^{-3}$  мкм розрахунковий коефіцієнт концентрації складе K  $\approx$  40. Максимальна напруга на вершині тріщини буде 40 ·  $\sigma_0$ .

Теоретичний розрахунок коефіцієнтів концентрації напруги можливий лише для деяких конфігурацій перетину через труднощі обліку в рішенні задачі комплексу геометричних параметрів. В техніці для визначення К застосовуються експериментальні методи дослідження як на моделях (поляризаційно-оптичний метод), так і на реальних конструкціях (тензометричний метод, плівковий і ін.). В пластині з тріщиною локальні напруги можуть істотно перевищувати межу плинності. Це означає, що на кінці тріщини первинним буде формування дислокацій, утворення яких передує початку розвитку тріщини.

Для крихких матеріалів, де межа плинності велика, розмір зони пластичності у вершини тріщини малий. Тому велика частина енергії витрачається на розвиток тріщини, тобто на зростання швидкості її переміщення. Гранична швидкість переміщення тріщини в таких матеріалах дорівнює швидкості звуку в твердому тілі.

Для наноматеріалів, що володіють високими пластичними властивостями, енергія витрачається на пластичну деформацію у вершини тріщини. Швидкість руху такої тріщини невелика, і в ряді випадків визначається швидкістю зміни величини навантаження.

Руйнування матеріалів в зоні концентрації напружень починається при досягненні найбільшої напруги величини межі міцності матеріалу  $\sigma_{nv}$ , або межі текучості. Такої напруги можна досягти на кінці тріщини, що знаходиться в зоні концентрації напружень, або на структурному дефекті, розміри якого порівнянні з розмірами перетину.

Нехай в розтягненому елементі з наноматеріалу, що має концентратор у вигляді отвору,  $\sigma_{max}$  рівне межі текучості  $\sigma_{\rm T}$  (див. мал.7.3, а). При високій пластичності матеріалу з ростом навантаження максимальна напруга небуде перевищувати межі текучості, тобто відбудеться вирівнювання напружень за рахунок істотного розширення зони пластичності.

У міру зростання навантаження зона пластичності деформації поширюється на всю ширину (2b), після чого починається руйнування (мал.7.3, б, в).

Таким чином, в елементі з пластичного матеріалу коефіцієнт концентрації значно нижче, ніж у елемента, виконаного з крихкого матеріалу

# 7.3. Напруження при вершині тріщини

Розкриття тріщини в наноматеріалах може здійснюватися трьома різними шляхами (мал.7.4) - тріщина типу «розрив» (а), тріщина типу «зрушення» (б), тріщина типу «зріз» (в). Найбільш важливе значення має тріщина типу «розрив».



Мал. 7.4. Схема розвитку тріщини

Розглянемо наскрізну тріщину довжиною 2а в нескінченній пластині, до якої включені розтягують напруги о (мал.7.5)



Мал. 7.5. Модель наскрізної тріщини в матеріалі

Елемент пластини  $dx \cdot dy$ , розташований на відстані г від вершини тріщини і складовою куг  $\theta$  з віссю X, знаходиться під дією нормальних напружень  $\sigma_x$  і  $\sigma_y$  і дотичного  $\tau_{xy}$ . В результаті рішення задачі в рамках пружною деформації маємо

$$\sigma_x = \sigma \cdot \sqrt{\frac{a}{2 \cdot r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3 \cdot \theta}{2} \right]$$
(7.3)

$$\sigma_{y} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{a}{2 \cdot r}} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \left[ 1 - \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3 \cdot \theta}{2} \right]$$
(7.4)

$$\tau_{xy} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{a}{2 \cdot r}} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3 \cdot \theta}{2}$$
(7.5)

$$\sigma_{z} = 0 (плоский напружений стан) 
\sigma_{z} = \mu \cdot (\sigma_{x} + \sigma_{y}) (плоска деформація)$$
(7.6)

де σ - зовнішня напруга в перетині по площині XOZ.

Залежність  $\sigma_{y} = f(r)$  при  $\theta = 0$  має вигляд  $\sigma_{y} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{a}{2 \cdot r}}$  (мал. 7.6). При  $r \to 0$ ,  $\sigma_{y} \to \infty$ 

Для великих значень г маємо  $\sigma_y \to 0$ . В узагальненому вигляді рівняння (7.3) - (7.5) в тензорному записі можна уявити як

$$\sigma_{ij} = \frac{k_1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r}} \cdot f_{ij}(\theta) \tag{7.7}$$

Коофіцієнт  $k_1$  називається коофіцієнтом інтенсивності напружень, де індекс 1 означає перший тип тріщини «розрив»



Мал.7.6. Схеми напруги (а) і зони пластичності (б) на вершині тріщини

Рівняння (7.3) - (7.5) - це рішення пружного завдання. Воно не забороняє звернення в нескінченність напруги у вершини тріщини. Насправді такого бути не може. Пластичні деформації при вершині тріщини в наноматеріалах обмежують напругу. Точного рішення пружного завдання для поля напружень при вершині тріщини ще не отримано. Розмір зони пластичності можна оцінити, якщо визначити відстань від вершини тріщини, на якому пружне напруження перевищує межу текучості наноматеріалу.

Підставляючи в (7.4)  $\sigma_{T}$  замість  $\sigma_{y}$  і вважаючи  $\theta = 0$ , отримуємо:

$$\sigma_{y} = \frac{k_{1}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot r_{p}}} = \sigma_{T} \qquad r_{p} = \frac{k_{1}^{2}}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{T}^{2}}$$

Звідки

$$r_p = \frac{\sigma^2 \cdot \pi \cdot \alpha}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_T^2} \tag{7.8}$$

80

Радіус зони пластичності в реальному твердому тілі  $r_p$  дещо більше. Для пластичного тіла, де  $\sigma_T$  невелика, зона пластичності досить протяжна, а отже, і швидкість розвитку тріщини мала.

Як випливає з (7.7), поле напруг визначається коефіцієнтом інтенсивності напружень. Коли напруга і деформація при вершині тріщини досягають критичних значень, відбувається розширення тріщини. Це означає, що при досягненні  $k_1$  критичного значення  $k_{1c}$  відбудеться руйнування. Можна припустити, що  $k_{1c}$  - це константа матеріалу. За величиною навантаження, при якій сталося

руйнування, можна обчислити руйнівне напруження  $\sigma_c$ . Звідси, знаючи ос, можна визначити критичне значення коефіцієнта інтенсивності напруг в момент руйнування

$$k_{1c} = \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot \alpha}$$

де  $k_{1c}$  - константа матеріалу. Це значення може бути отримано при випробуванні зразка з тріщиною заданого розміру. Таким чином, мірою тріщиностійкості матеріалу є величина  $k_{1c}$ . У техніці  $k_{1c}$  називається «в'язкістю руйнування» при плоскому деформованому стані. Для матеріалів з малою в'язкістю руйнування допускаються тільки маленькі тріщини.

Для зазначених матеріалів допустимий розмір тріцини, при якому міцність зменшується вдвічі в порівнянні з її вихідним значенням, можна визначити за формулою

$$\sigma_{c} = \frac{k_{1c}}{\sqrt{\pi \cdot \alpha}} = \frac{\sigma_{e}}{2} \quad \alpha = \frac{4 \cdot k_{1c}^{2}}{\pi \cdot \sigma_{e}^{2}}$$

У табл.7.1 для порівняння наведені значення міцності надміцної сталі і кабелю з вуглецевих нанотрубок (УНТ). Величина міцності кабелю з УНТ в ~ 100 разів вище при близьких значеннях в'язкості руйнування.

# Таблиця 7.1

Матеріал	Тимчасовий	Модуль	В'язкість
	опір розриву	Юнга Е,	k.
	$\sigma$	МПа	руйнування 1с,
	<sup>с</sup> <sup>в</sup> , МПа		кгс / мм <sup>3/2</sup>
Сталь	$1,85 \cdot 10^3$	$2 \cdot 10^{5}$	150
Кабель із УНТ	$1,5 \cdot 10^{5}$	$6, 3 \cdot 10^5$	170
Сплав з алюмінію	$1,57 \cdot 10^{3}$	$0,61 \cdot 10^5$	104

# Межа міцності і в'язкість руйнування для конструкційних матеріалів

# 7.4. Критерії руйнування

Для крихкого зміщення тріщини визначимо критерії її поширення. Крихке руйнування настає тоді, коли рвуться міжатомні зв'язки. Це означає, що поширення тріщини має місце при перевищенні напруги в вершині міжатомних сил зв'язку.

Оцінимо міцність міжатомних зв'язків. Сила, необхідна для видалення двох атомів один від одного на відстані  $x+b_3$  ростом x (див. мал.7.7), збільшується і при значення, при якому відбувається поділ атомів. Апроксимуємо зміну сили синусоїдою, можна записати залежність сили, що припадає на одиницю площі, необхідної для поділу двох площин атомів у вигляді:

$$\sigma = \sigma_c \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda} \tag{7.9}$$

де  $\sigma_c$  - сила зв'язку.

При малих переміщеннях рівняння (7.9) можна представити у вигляді

$$\sigma = \sigma_c \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda} \tag{7.10}$$

Ці малі переміщення пружні. Для пружної деформації маємо $\varepsilon = \frac{x}{b}$ , а відповідну напругу

$$\sigma = \varepsilon \cdot E = E \cdot \frac{x}{b}, \qquad (7.11)$$

Узагальнюючи рівняння (7.10) і (7.11), отримуємо:

$$\sigma_c = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{E}{b}, \qquad (7.12)$$

Площа під кривою на мал.7.7 дорівнює роботі, необхідної для поділу двох площин атомів. Звідси ця площа дорівнює подвоєною енергії утворення нової поверхні  $\lambda$  (при поділі утворюються дві поверхні), тобто

$$2\gamma = \int_{0}^{\frac{\lambda}{2}} \sigma_{c} \cdot \sin \frac{2 \cdot \pi \cdot x}{\lambda} dx = \frac{\lambda \cdot \sigma_{c}}{\pi}$$



Мал.7.7. Схема межатомного зв'язку в кристалічній решітці

$$\lambda = \frac{2 \cdot \pi \cdot \gamma}{\sigma_c} \tag{7.13}$$

Об'єднуючи рівняння (7.12) і (7.13), отримуємо:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{E \cdot \gamma}{b}} \tag{7.14}$$

Для великого числа матеріалів  $\gamma \approx 0,01 \cdot E \cdot b$ . Підставляючи  $\gamma$  в (7.14), маємо:

$$\sigma_c \approx \frac{E}{10} \tag{7.15}$$

Вираз (7.15) відповідає теоретичній напрузі руйнування ідеального матеріалу. На практиці таке напруга не досягається, оскільки скол утворюється вздовж послаблених поверхонь, тобто вздовж площин з найбільшим кількістю структурних дефектів.

Для стали реальна міцність нижче теоретичної в 100 раз, для вуглецевої нанотрубки - в 4 рази. Остання величина близька до коефіцієнта концентрації напружень на мікропори.

Коли напруга на відстані від вершини тріщини, що дорівнює міжатомній, перевищує значення  $\sigma_c$ , заданий рівнянням (7.14), слід очікувати, що відбудеться скол. У цьому випадку напруга при вершині визначиться рівнянням (7.3). вважаючи r = b, де b - міжатомних відстань, маємо

$$\sigma_{\gamma} = \sqrt{\frac{\alpha}{2}} \cdot b \tag{7.16}$$

Тут  $\sigma$  - номінальна напруга;  $\alpha$  - половина довжини тріщини. Прирівнявши праві частини виразів (7.14) і (7.16) отримаємо, що крихке поширення тріщини відбувається при

$$\sigma = \sqrt{2 \cdot E \cdot \gamma / \alpha} \tag{7.17}$$

Подібне рівняння було отримано Гріффітцем, який запропонував наступний запис:

$$\sigma = \sqrt{E \cdot G_{1c} / \pi \cdot \alpha}$$

де  $G_{1c} = \frac{2 \cdot \gamma}{\pi}$  - критичне значення енергії на одиницю товщини пластини (або критична швидкість вивільнення енергії). Оцінити падіння міцності при  $\gamma = 0,01E \cdot b_{\rm B}$  (7.17) можна з рівняння

$$\sigma = \frac{E}{10}\sqrt{2 \cdot b/a} \tag{7.18}$$

де b - параметр решітки. |

У табл.7.2 наведені коефіцієнти, що характеризують падіння міцності твердого тіла з тріщинами різної довжини по порівняно з теоретичної міцністю.

# Таблиця 7.2

#### Коофіцієнт падіння міцності в матеріалі з тріщинами

a/b	2	10	100	1000	10000
$\sigma/0, 1 \cdot E$	1	0,5	1/8	1/22	□ 1/100

З аналізу табл.7.2 випливає, що міцність об'ємних крупнокристалічних матеріалів на два порядки нижче теоретичної міцності. Цей факт підтверджується експериментально.

В елементах конструкцій, що мають концентратор напруги, в зоні максимальних напружень завжди зароджуються структурні дефекти типу тріщин. Вони також є концентраторами напружень. Загальний коефіцієнт концентрації напруг, що визначає руйнування, буде дорівнює добутку концентрацій на тріщині і коефіцієнта макроконцентрації. **Приклад.** Розрахувати напружений стан консольної балки довжиною l = 5 мм з перетином  $0,2 \times 0,6$  мм при вигині, навантаженої розподіленим навантаженням q = 2 н/ мм. На периферії балки надріз довжиною l = 500 нм з радіусом кривизни при вершині  $\rho = 5$  нм. Схема навантаження наведена на мал.7.8, а.



Мал. 7.8. Схема навантаження консольної балки (а); епюра моментів (б) і розподіл напружень в тріщині (в)

# Рішення.

1. Визначаємо величину коефіцієнта концентрації напруги на вершині надрізу

$$K = 1 + 2\sqrt{\frac{\alpha}{\rho}} = 1 + 2\sqrt{\frac{500}{5}} = 21$$

2. Визначаємо величину максимальної напруги на периферії перетину з тріщиною, де згинальний момент дорівнює

$$M = \frac{16}{50} q l^2 (\text{мал. 7.8, 6})$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M \cdot 6}{W} = \frac{16 \cdot ql^2 \cdot 6}{50 \cdot bh^2} = \frac{16 \cdot 5^2 \cdot 2 \cdot 6}{50 \cdot 0, 2 \cdot 0, 36} = 1333 M\Pi a$$

3. Концентрація напруги на вершині надрізу дорівнює

$$\sigma_{\max} \cdot K = 1333 \cdot 21 = 28000 M\Pi a$$

Максимальна напруга на надрізі набагато вище межі міцності існуючих конструкційних матеріалів.

Конструкція, яка несе вузла в реальному приладі можлива при використанні балки з матеріалу, армованого вуглецевими нанотрубками, укладеними в структурі вздовж осі балки. В цьому випадку напруження розтягу перерозподіляються на нанотрубки, міцність яких складає  $\Box 2 \cdot 10^5 M\Pi a$ 

## Контрольні питання

1. Назвіть основні стадії розвитку тріщини в структурі наноматеріалів.

2. На які питання відповідає механіка руйнування наноструктурних матеріалів?

3. Як визначити коефіцієнт концентрації напружень для отворів?

4. За якими рівнянням можна провести розрахунок напружень при вершині тріщини?

5. Коли настає крихке руйнування тріщини?

6. Назвіть основні типи розвитку тріщин.

7. Як визначити коефіцієнт інтенсивності напружень?

8. Що називається в'язкістю руйнування?

9. Яку величину можна визначити, використовуючи рівняння Гріффітца?