Задача 1. Енергія $E_{зв}$ ядра кисню ${}^{18}_{8}O$ дорівнює 139,8 МеВ, ядра фтору ${}^{19}_{9}F$ – 147,8 МеВ. Визначити, яку мінімальну енергію Е потрібно затратити, щоб відірвати один протон від ядра фтору.

Розв'язок. Якщо відірвати один протон від ядра фтору, отримуємо ядро кисню

$${}^{19}_{9}F + E \ \rightarrow {}^{18}_{8}O + p$$

Закон збереження енергії запишеться таким чином

$$\left[m_p \cdot Z_2 + m_n(A_2 - Z_2)\right] \cdot c^2 - E_{зв2} + E = \left[m_p \cdot Z_1 + m_n(A_1 - Z_1)\right] \cdot c^2 - E_{зв1} + m_p \cdot \mathrm{c}^2$$

Зробивши підстановку та зводячи подібні, отримає рівняння в такому вигляді

$$\left[m_p \cdot 9 + m_n(19 - 9)\right] \cdot c^2 - E_{зв2} + E = \left[m_p \cdot 8 + m_n(18 - 8)\right] \cdot c^2 - E_{зв1} + m_p \cdot \mathrm{c}^2$$

$$-E_{зв2} + E = -E_{зв1}$$

$$E = E_{зв2} - E_{зв1} = 147{,}8 - 139{,}8 = 8 \text{ МэВ}$$

Відповідь: Е = 8 МэВ.

Задача 2. Знайти масу m полонію ${}^{210}_{84}Po$, активність якого $A = 3{,}7 \cdot 10^{10}$ Бк. Період напіврозпаду полонію $T_{1/2} = 138$ діб.

Розв'язок. Активність радіоактивної речовини – кількість розпадів, що відбувається в ньому в одиницю часу

$A = \left|\frac{dN}{dt}\right| = \lambda N$, де λ – постійна розпаду, *N* – кількість атомів радіоактивної речовини

період напіврозпаду зв'язаний з постійно розпаду співвідношенням $T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

кількість атомів, що розпадаються, знаходимо за законом Авогадро $N = \frac{m}{\mu} \cdot N_A$

таким чином

$$A = \frac{mN_A ln2}{\mu T_{1/2}}$$

Відповідно

$$m = \frac{A\mu T_{1/2}}{N_A ln2}$$

Константа Авогадро дорівнює $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}\ \text{моль}^{-1}$, молярна маса полонію 208,98 г/моль. Використовуючи отриману вищу формулу, розрахуємо масу m, враховуючи $138\ \text{діб} = 1{,}19 \cdot 10^7 \text{с}$

$$m = \frac{3{,}7 \cdot 10^{10} \cdot 208{,}98 \cdot 1{,}19 \cdot 10^7}{6{,}022 \cdot 10^{23} \cdot ln2} = 2{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{кг}$$

Відповідь: $m = 2{,}2 \cdot 10^{-4}\ \text{кг}$

Задача 3. Матеріальна точка, маса якої $m = 50$ г, здійснює коливання за законом $x = 10\sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$, де x дано в сантиметрах, а аргумент синуса – у радіанах. Визначити максимальне значення сили F_{max}, що повертає точку в положення рівноваги, і кінетичної енергії T_{max}.

Розв'язок. У системі СІ закон коливань отримує вигляд

$$x = 0{,}1 \cdot \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Тоді

$$v = \frac{dx}{dt} = 0{,}2 \cdot \cos\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -0{,}4 \cdot \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Сила, що повертає точку у положення рівноваги, визначається як

$$F = ma = -m \cdot 0{,}4 \cdot \sin\left(2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

Максимальне значення sin x = 1, отже

$$|F_{max}| = 0{,}4 \cdot 0{,}05 = 0{,}02 \text{ Н}$$

Кінетична енергія визначається як

$$T_{max} = \frac{mv^2}{2}$$

Максимум швидкості дорівнює за аналогічними міркуваннями $v_{max} = 0{,}2$, отже

$$T_{max} = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}2^2}{2} = 10^{-3} \text{ Дж}$$

Відповідь: $|F_{max}| = 0{,}02$ Н, $T_{max} = 10^{-3}$ Дж

Задача 4. Амплітуда коливань маятника, довжиною $l = 1$ м за час 10 хв зменшилася в два рази. Визначити логаріфмічний декремент згасання системи.

Розв'язок. Логаріфмічний декремент згасання

$\lambda = \delta T$, δ – коефіцієнт згасання, T – період коливань

Залежність амплітуди затухаючих коливань від часу

$A = A_0 e^{-\delta T}$, відповідно $\delta = \frac{1}{t}\ln\frac{A_0}{A}$

Період коливань математичного маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Отже

$$\lambda = \frac{2\pi}{t}\sqrt{\frac{l}{g}} \cdot \ln\frac{A_0}{A}$$

Підставляючи числові дані з умови задачі, отримуємо $\lambda = 2{,}3 \cdot 10^{-3}$.

Відповідь: $\lambda = 2{,}3 \cdot 10^{-3}$.

Задача 5. Плоска синусоїдна звукова хвиля має період $T = 3$ мс, амплітуду $A = 0{,}2$ мм, і довжину хвилі $\lambda = 1,2$ м. Визначити швидкість точок середовища, віддалених від джерела коливань на відстань $x = 2$м, у момент часу $t = 7$ мс. Початкова фаза хвилі дорівнює 0.

Розв'язок. Для непоглинаючого середовища рівняння плоскої хвилі, за умови що початкова фаза дорівнює нулеві, має вигляд

$$\xi(x,t) = A \cdot \cos(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

$\xi(x,t)$ – зсув точки середовища, що знаходиться на відстані x від джерела в момент часу t, A – амплітуда коливань, T – період коливань, λ – довжина хвилі.

Відповідно, швидкість точки середовища визначиться як

$$v = \frac{d\xi(x,t)}{dt} = -A \cdot \frac{2\pi}{T}\sin(\frac{2\pi}{T}t - \frac{2\pi x}{\lambda})$$

$$v = -0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-3}}\sin\left(\frac{2\pi}{3 \cdot 10^{-3}} \cdot 7 \cdot 10^{-3} - \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 5}{6}\right) \approx 0{,}36\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Відповідь: $v = 0{,}36\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Задача 6. Визначити кут ф між площинами поляризатора та аналізатора, якщо інтенсивність природного світла, що проходить через поляризатор та аналізатор, зменшується в 4 рази.

Розв'язок. Після проходження через поляризатор та аналізатор промінь має інтенсивність

$$J = \frac{1}{2}J_{\text{пр}}cos^2\varphi$$

За умовою задачі

$$J = \frac{1}{4}J_{\text{пр}}$$

розв'язанні лінійного рівняння дає

$$\cos\varphi = 0{,}5; \quad \varphi = 45°$$

Відповідь: кут ф дорівнює 45^{O}.

Задача 7. Визначити довжину хвилі λ_0 світла, що відповідає червоній границі фотоефекту для літію, натрію, калію, цезію.

Розв'язок. Червона границя фотоефекту визначається співвідношенням

$$\upsilon_{чр} = \frac{A_{вих}}{h}$$

З урахування співвідношення між частотою та довжиною хвилі, $\lambda = \frac{c}{\nu}$, маємо формулу для розрахунку

$$\lambda_0 = \frac{hc}{A_{вих}}$$

Для отримання довжини хвилі для елементів, перелічених в умовах задачі, підставляємо значення роботи виходу для цих елементів у отримане співвідношення

$$A_{вих}(\mathrm{Li}) = 2{,}38\ \mathrm{еВ} \quad \lambda_0(\mathrm{Li}) = 5{,}22 \cdot 10^{-7}\mathrm{м} = 522\ \mathrm{нм}$$

$$A_{вих}(\mathrm{Na}) = 2{,}35\ \mathrm{еВ} \quad \lambda_0(\mathrm{Na}) = 5{,}28 \cdot 10^{-7}\mathrm{м} = 528\ \mathrm{нм}$$

$$A_{вих}(\mathrm{K}) = 2{,}2\ \mathrm{еВ} \quad \lambda_0(\mathrm{K}) = 5{,}64 \cdot 10^{-7}\mathrm{м} = 564\ \mathrm{нм}$$

$$A_{вих}(\mathrm{Cs}) = 1{,}81\ \mathrm{еВ} \quad \lambda_0(\mathrm{Cs}) = 6{,}86 \cdot 10^{-7}\mathrm{м} = 686\ \mathrm{нм}$$

Відповідь: $\lambda_0(\mathrm{Li}) = 522\ \mathrm{нм}$, $\lambda_0(\mathrm{Na}) = 528\ \mathrm{нм}$, $\lambda_0(\mathrm{K}) = 564\ \mathrm{нм}$, $\lambda_0(\mathrm{Cs}) = 686\ \mathrm{нм}$

Задача 8. Визначити довжину хвилі λ фотона, маса якого дорівнює масі спокою : 1) електрона, 2) протона.

Розв'язок. Застосовуючи рівняння Ейнштейна та формулу енергії кванта, отримаємо формулу маси фотона

$$E = mc^2, \quad E = h\upsilon \quad \text{отже отримуємо}$$

$$m = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{c\lambda}$$

А звідси вже отримуємо формулу для розрахунку довжини хвилі

$$\lambda = \frac{h}{mc}$$

1) $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$, $\lambda = 2{,}42 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{м}$

2) $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$, $\lambda = 1{,}32 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{м}$

Відповідь: 1) $\lambda = 2{,}42 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{м}$, 2) $\lambda = 1{,}32 \cdot 10^{-15}\ \mathrm{м}$.