Контрольна робота

Варіант 11

*Задача 1*

За добу два заводи випускають 9000 виробів. Витрати на виробництво х1 виробів першим заводом дорівнюють f1(x1) у.г.о, а витрати на виробництво х2 виробів другим заводом дорівнюють f2(x2) у.г.о. Визначити скільки виробів повинен виготовити кожен завод, щоб загальні витрати на їх виробництво були мінімальними.

Розв’язання

1. Записуємо функцію загальних витрат:

Обмеження:

1. Записуємо функцію Лагранжа:

3) Знаходимо часткові похідні функції Лагранжа

4) Прирівнюємо знайдені часткові похідні до нуля й отримуємо систему рівнянь:

Склавши перші два рівняння, перед цим домноживши перше на 2 отримуємо:

4(

4\*9000+10+

Звідси слідує:

(од.)

(од.)

Таким чином необхідно щоб перший завод виготовляв 3000 виробів, а другий – 6000. Витрати при цьому складуть:

(у.г.о)

*Задача 2*

Для збільшення обсягів випуску продукції, яка користується підвищеним попитом, трьом підприємствам виділяють капіталовкладення в певному обсязі. В залежності від суми інвестицій відбувається збільшення виробництва продукції на кожному з трьох підприємств. Знайти розподіл інвестицій між підприємствами, який забезпечує максимальне збільшення випуску продукції.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Інвестиції, тис.грн | Збільшення продукції на підприємствах, тис.грн | | |
| 1 підприємство | 2 підприємство | 1 підприємство |
| 60 | 14 | 15 | 16 |
| 120 | 35 | 25 | 24 |
| 180 | 45 | 47 | 50 |
| 240 | 72 | 70 | 68 |
| 300 | 84 | 100 | 90 |

Розв’язання

1. Записуємо вихідні дані у вигляді таблиці:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| f1 | f2 | f3 | xi |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 14 | 15 | 16 | 60 |
| 35 | 25 | 24 | 120 |
| 45 | 47 | 50 | 180 |
| 72 | 70 | 68 | 240 |
| 84 | 100 | 90 | 300 |

1. Етап умовної оптимізації

I этап.

1-ий крок. k = 3.

Припустимо, що всі інвестиції в розмірі x3 = 300 виділені підприємству №3. В цьому разі, максимальний доход, як це видно з таблиці складе f3(u3) = 90, а тому, F3(e3) = f3(u3)

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e2 | u3 | e3 = e2 - u3 | f3(u3) | F\*3(e3) | u3(e3) |
| 60 | 0 | 60 | 0 |  |  |
|  | 60 | 0 | 16 | 16 | 60 |
| 120 | 0 | 120 | 0 |  |  |
|  | 60 | 60 | 16 |  |  |
|  | 120 | 0 | 24 | 24 | 120 |
| 180 | 0 | 180 | 0 |  |  |
|  | 60 | 120 | 16 |  |  |
|  | 120 | 60 | 24 |  |  |
|  | 180 | 0 | 50 | 50 | 180 |
| 240 | 0 | 240 | 0 |  |  |
|  | 60 | 180 | 16 |  |  |
|  | 120 | 120 | 24 |  |  |
|  | 180 | 60 | 50 |  |  |
|  | 240 | 0 | 68 | 68 | 240 |
| 300 | 0 | 300 | 0 |  |  |
|  | 60 | 240 | 16 |  |  |
|  | 120 | 180 | 24 |  |  |
|  | 180 | 120 | 50 |  |  |
|  | 240 | 60 | 68 |  |  |
|  | 300 | 0 | 90 | 90 | 300 |

2-ий крок.. k = 2.

Визначаємо оптимальну стратегію при розподілі коштів між підприємствами №2, 3. При цьому рекурентне співвідношення Беллмана має вигляд:

F2(e2) = max(x2 ≤ e2)(f2(u2) + F3(e2-u2))

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e1 | u2 | e2 = e1 - u2 | f2(u2) | F\*2(e1) | F1(u2,e1) | F\*2(e2) | u2(e2) |
| 60 | 0 | 60 | 0 | 16 | 16 | 16 | 0 |
|  | 60 | 0 | 15 | 0 | 15 |  |  |
| 120 | 0 | 120 | 0 | 24 | 24 |  |  |
|  | 60 | 60 | 15 | 16 | 31 | 31 | 60 |
|  | 120 | 0 | 25 | 0 | 25 |  |  |
| 180 | 0 | 180 | 0 | 50 | 50 | 50 | 0 |
|  | 60 | 120 | 15 | 24 | 39 |  |  |
|  | 120 | 60 | 25 | 16 | 41 |  |  |
|  | 180 | 0 | 47 | 0 | 47 |  |  |
| 240 | 0 | 240 | 0 | 68 | 68 |  |  |
|  | 60 | 180 | 15 | 50 | 65 |  |  |
|  | 120 | 120 | 25 | 24 | 49 |  |  |
|  | 180 | 60 | 47 | 16 | 63 |  |  |
|  | 240 | 0 | 70 | 0 | 70 | 70 | 240 |
| 300 | 0 | 300 | 0 | 90 | 90 |  |  |
|  | 60 | 240 | 15 | 68 | 83 |  |  |
|  | 120 | 180 | 25 | 50 | 75 |  |  |
|  | 180 | 120 | 47 | 24 | 71 |  |  |
|  | 240 | 60 | 70 | 16 | 86 |  |  |
|  | 300 | 0 | 100 | 0 | 100 | 100 | 300 |

3-ій крок. k = 1.

Визначаємо оптимальну стратегію при розподілі коштів між підприємствами №1, 2, 3. При цьому рекурентне співвідношення Беллмана має вигляд:

F1(e1) = max(x1 ≤ e1)(f1(u1) + F2(e1-u1))

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| e0 | u1 | e1 = e0 - u1 | f1(u1) | F\*1(e0) | F0(u1,e0) | F\*1(e1) | u1(e1) |
| 60 | 0 | 60 | 0 | 16 | 16 | 16 | 0 |
|  | 60 | 0 | 14 | 0 | 14 |  |  |
| 120 | 0 | 120 | 0 | 31 | 31 |  |  |
|  | 60 | 60 | 14 | 16 | 30 |  |  |
|  | 120 | 0 | 35 | 0 | 35 | 35 | 120 |
| 180 | 0 | 180 | 0 | 50 | 50 |  |  |
|  | 60 | 120 | 14 | 31 | 45 |  |  |
|  | 120 | 60 | 35 | 16 | 51 | 51 | 120 |
|  | 180 | 0 | 45 | 0 | 45 |  |  |
| 240 | 0 | 240 | 0 | 70 | 70 |  |  |
|  | 60 | 180 | 14 | 50 | 64 |  |  |
|  | 120 | 120 | 35 | 31 | 66 |  |  |
|  | 180 | 60 | 45 | 16 | 61 |  |  |
|  | 240 | 0 | 72 | 0 | 72 | 72 | 240 |
| 300 | 0 | 300 | 0 | 100 | 100 | 100 | 0 |
|  | 60 | 240 | 14 | 70 | 84 |  |  |
|  | 120 | 180 | 35 | 50 | 85 |  |  |
|  | 180 | 120 | 45 | 31 | 76 |  |  |
|  | 240 | 60 | 72 | 16 | 88 |  |  |
|  | 300 | 0 | 84 | 0 | 84 |  |  |

Пояснимо побудову таблиць і послідовність проведення розрахунків.

Стовпці 1 (вкладені кошти), 2 (проект) і 3 (залишок коштів) для всіх трьох таблиць однакові, тому їх можна було б зробити спільними. Стовпець 4 заповнюється на основі вихідних даних про функції доходу, значення в стовпці 5 беруться з стовпця 7 попередньої таблиці, стовпець 6 заповнюється сумою значень стовпців 4 і 5 (у таблиці третього кроку стовпці 5 і 6 відсутні).

У стовпці 7 записується максимальне значення попереднього стовпця для фіксованого початкового стану, і в 8 стовпці записується управління з 2 стовпця, на якому досягається максимум в стовпці 7.

Етап II. Безумовна оптимізація.

З таблиці третього кроку маємо:

F\*1 (e0 = 300) = 100. Тобто максимальний дохід всієї системи підприємств при кількості коштів e0 = 300 дорівнює 100

З цієї ж таблиці отримуємо, що 1-му підприємству слід виділити

u\*1 (e0 = 300) = 0

При цьому залишок коштів складе:

e1 = e0 - u1

e1 = 300 - 0 = 300

З таблиці 2-го кроку маємо F \* 2 (e1 = 300) = 100. Тобто максимальний дохід всієї системи при кількості коштів e1 = 300 дорівнює 100

З цієї ж таблиці отримуємо, що 2-му підприємству слід виділити u \* 2 (e1 = 300) = 300

При цьому залишок коштів складе:

e2 = e1 - u2

e2 = 300 - 300 = 0

Останньому підприємству дістається 0

Отже, інвестиції в розмірі 300 необхідно розподілити таким чином:

1-му підприємству виділити 0 тис.грн.

2-му підприємству виділити 300 тис.грн.

3-му підприємству виділити 0 тис.грн

Це забезпечить максимальне збільшення обсягу продукції, яке рівне 100 тис.грн. в грошовому вираженні.

*Задача 3*

Дві конкуруючі фірми (гравці) реалізують на ринок продукцію, що швидко псується. Кожен з гравців прагне зайняти по два сегменти ринку (стратегії). Відомі прибуток (виграш) або збиток (програш) для кожного сегменту ринку (, які наведені в платіжній матриці А. Знайдіть оптимальні стратегії та ціну гри кожного гравця і дайте економічну інтерпретацію розв’язку.

Розв’язання

1. Оптимальні стратегії знаходимо за формулами ( і - оптимальні стратегії першого і другого гравця відповідно)
2. Ціну гри (v) знайдемо за формулою:
3. Економічна інтерпретація:

При виборі оптимальної стратегії фірма 1 займе 1/3 долю ринку, а фірма 2 – 2/3 долі ринку при ціні гри 26/3. Фірма 2 матиме конкурентну перевагу над фірмою 1.

*Задача 4*

АТС має 3 лінії зв’язку. Потік викликів найпростіший з інтенсивністю 0,9 викликів у хвилину. Середній час переговорів складає 2,5 хвилини. Час переговорів має показниковий розподіл. Знайти абсолютну та відносну пропускні здатності АТС; ймовірність того, що всі лінії зв’язку зайняті; середнє число зайнятих ліній зв’язку. Визначити скільки ліній зв’язку повинна мати АТС, щоб ймовірність відмови не перевищувала 0,06.

Розв’язання

1. Знаходимо інтенсивність потоку обслуговування викликів µ:
2. Знаходимо інтенсивність загрузки каналу ρ:
3. Знаходимо граничні імовірністі відмови ліній:
4. Знаходимо ймовірність того, що всі лінії зв’язку зайняті:
5. Знаходимо відносну пропускну здатність АТС:
6. Знаходимо абсолютну пропускну здатність АТС:
7. Знаходимо середнє число зайнятих ліній зв’язку:
8. Визначаємо скільки ліній зв’язку повинна мати АТС, щоб ймовірність відмови не перевищувала 0,06.

Має виконуватися нерівність:

Лише при k = 6 ця нерівність виконується, а тому АТC повинна мати шість ліній зв’язку.

При k = 5 ця нерівність не виконується, а тому АТС повинна мати шість ліній зв’язку, щоб не перевищувати ймовірность відмови рівну 0,06.