(титульный лист)

**Задание 1.** Найти произведение заданных матриц А и В.

**Решение**

Размерность матрицы *А* 4х2, размерность матрицы *В* 2х3. Произведение матриц будет иметь размерность 4х3.

**Задание 2.** Решить систему линейных алгебраических уравнений по формулам Крамера, матричным методом и методом Гаусса.

**Решение**

1) Решим систему уравнений по формулам Крамера.

Определитель матрицы системы не равен нулю, значит, система совместна и имеет единственное решение.

2) Решим систему уравнений матричным методом.

Система уравнений в матричной форме имеет вид: *А·Х=В*.

Тогда *Х=А-1·В*.

Найдем определитель матрицы системы:

Определитель матрицы системы не равен нулю, значит, обратная матрица существует.

Найдем *А-1*.

Проверка:

Обратная матрица найдена верно.

3) Решим систему методом Гаусса.

Ответ:

**Задание 3.** Показать, что векторы а1, а2, а3 образуют базис в пространстве R3, и найти координаты вектора а4 в этом базисе.

**Решение**

Если векторы образуют базис, то они линейно независимы, т.е. существуют и притом единственные такие действительные числа *α, β, γ*, что . В координатной форме это равенство принимает вид системы линейных алгебраических уравнений

Найдем определитель основной матрицы системы:

Так как определитель основной матрицы системы отличен от нуля, то существует единственное решение системы, а значит векторы образуют базис. Найдем значения *α, β, γ* методом Крамера:

Таким образом, вектор в базисе имеет координаты:

Ответ:

**Задание 4.** Определить ранг заданной матрицы.

**Решение**

Приведем матрицу к треугольному виду.

Умножим 1-ую строку на (-1). Добавим 1-ую строку ко 2-ой:

Умножим 1-ую строку на (-2). Добавим 1-ую строку к 3-ей. Третью строку вычеркиваем, так как она нулевая.

Полученная матрица имеет размерность 2x4.

Все миноры имеют второй порядок и отличны от нуля, следовательно, rang(A) = 2.

Ответ: rang(A) = 2.

**Задание 5.** Привести систему к системе с базисом методом Жордана- Гаусса и найти одно базисное решение.

**Решение**

Векторы столбцы базисного решения представляют собой единичные векторы и образуют базис, а соответствующие им переменные называются базисными.

Запишем систему в виде:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| **2** | -1 | 2 | -3 | 2 | 10 |
| 4 | 3 | -1 | 1 | -3 | 5 |

Последовательно будем выбирать разрешающий элемент РЭ, который лежит на главной диагонали матрицы.

Разрешающий элемент равен (2). На месте разрешающего элемента получаем 1, а в самом столбце записываем нули. Все остальные элементы матрицы, включая элементы столбца B, определяются по правилу прямоугольника.

Для этого выбираем четыре числа, которые расположены в вершинах прямоугольника и всегда включают разрешающий элемент РЭ.

НЭ = СЭ - (А\*В)/РЭ

РЭ – разрешающий элемент (2), А и В – элементы матрицы, образующие прямоугольник с элементами СЭ и РЭ.

В итоге получаем:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| 1 | -0,5 | 1 | -1,5 | 1 | 5 |
| 0 | **5** | -5 | 7 | -7 | -15 |

Разрешающий элемент равен (5). На месте разрешающего элемента получаем 1, а в самом столбце записываем нули. Все остальные элементы матрицы, включая элементы столбца B, определяются по правилу прямоугольника.

В итоге получаем:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| 1 | 0 | 0,5 | -0,8 | 0,3 | 3,5 |
| 0 | 1 | -1 | 1,4 | -1,4 | -3 |

Запишем общее решение системы:

*x1*= 3,5 - (0,5*x3* – 0,8*x4* + 0,3*x5*)

*x2* = –3 - (– *x3* + 1,4*x4* – 1,4*x5*)

Базисное решение получаем приравниванием переменных *x3, x4, x5* к нулю.

*x1* = 3,5, *x2* = -3, *x3* = 0, *x4* = 0, *x5* = 0.

Ответ: (3,5; -3; 0, 0, 0).

**Задание 6.** Найти два опорных решения канонической системы уравнений.

**Решение**

Опорным решением называется базисное неотрицательное решение.

Решим систему методом Жордана-Гаусса.

Запишем систему в виде:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| -8 | 0 | 3 | 0 | 1 | 10 |
| 0 | 3 | -1 | 1 | 0 | 3 |
| 1 | 2 | 4 | 0 | 0 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| **1** | 2 | 4 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 3 | -1 | 1 | 0 | 3 |
| -8 | 0 | 3 | 0 | 1 | 10 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ***x1*** | *x2* | *x3* | ***x4*** | ***x5*** | *B* |
| 1 | 2 | 4 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 3 | -1 | 1 | 0 | 3 |
| 0 | 16 | 35 | 0 | 1 | 34 |

Запишем общее решение системы:

*x1*= 3 – (2*x2* + 4*x3*)

*x4* = 3 – (3x2 – *x3*)

*x5* = 34 – (16*x2* + 35*x3*)

Базисное решение получаем приравниванием переменных *x2* и *x3* к нулю.

*x1* = 3, *x2* =0, *x3* = 0, *x4* =3, *x5* = 34. Поскольку среди базисного решения нет отрицательных значений, то полученное решение является опорным.

Первое опорное решение (3, 0, 0, 3, 34).

Найдем еще одно опорное решение. Вместо переменной *x4* введем в базис переменную *x3*.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| 1 | 2 | 4 | 0 | 0 | 3 |
| 0 | 3 | **-1** | 1 | 0 | 3 |
| 0 | 16 | 35 | 0 | 1 | 34 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| 1 | 14 | 0 | 4 | 0 | 15 |
| 0 | -3 | 1 | -1 | 0 | -3 |
| 0 | 121 | 0 | 35 | 1 | 139 |

Запишем общее решение системы:

*x1*= 15 – (14*x2* + 4*x4*)

*x3* = –3 – (–3x2 – *x4*)

*x5* = 139 – (121*x2* + 35*x4*)

Базисное решение получаем приравниванием переменных *x2* и *x4* к нулю.

*x1* = 15, *x3* = –3, *x5* = 139. Поскольку среди базисного решения есть отрицательные значения, то полученное решение не является опорным.

Вместо переменной *x3* введем в базис переменную *x2*.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| 1 | 14 | 0 | 4 | 0 | 15 |
| 0 | **-3** | 1 | -1 | 0 | -3 |
| 0 | 121 | 0 | 35 | 1 | 139 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *x1* | *x2* | *x3* | *x4* | *x5* | *B* |
| 1 | 0 | 14/3 | -2/3 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | -1/3 | 1/3 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 121/3 | -16/3 | 1 | 18 |

Базисное решение: *x1* = 1, *x2* = 1, *x3* = 0, *x4* = 0, *x5* = 18. Поскольку среди базисного решения нет отрицательных значений, то полученное решение является опорным.

Второе опорное решение (1, 1, 0, 0, 18).

Ответ: (3, 0, 0, 3, 34), . (1, 1, 0, 0, 18).

**Задание 7.** Найти собственные значения и собственные векторы данной матрицы.

**Решение**

Для нахождения собственных значений составим характеристическое уравнение:

Найдем собственные векторы.

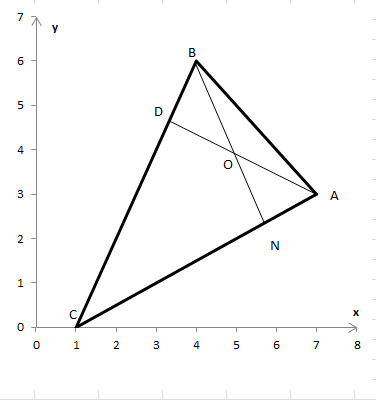
Получаем собственный вектор (0; 0; 1).

Получаем собственный вектор (-2; 1; 2/3).

**Задание 8.** Даны вершины треугольника АВС. Найти уравнения его сторон и точку пересечения высот.

*А*(7, 3), *B*(4, 6), *C*(1, 0),

**Решение**



Найдем уравнения сторон.

Найдем уравнения высот.

*AD* ┴*BC*:

Найдем уравнения высот.

*BN* ┴*AC*:

Точку пересечения высот найдем, решив систему уравнений:

*О*(5, 4)

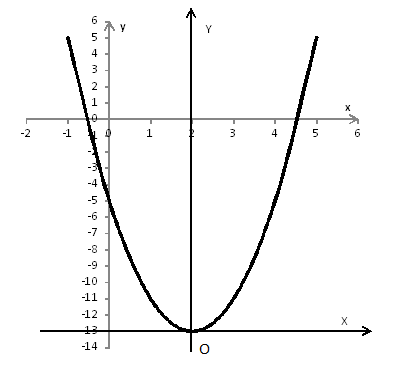
Ответ:*О*(5, 4)

**Задание 9.** Привести уравнение кривой второго порядка к каноническому виду и построить линию.

**Решение**

Данное уравнение описывает параболу с вершиной в точке *О*(2; -13).

График линии:



**Задание 10.** Построить график заданной кривой.

**Решение**

Область определения функции

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| х | у |  |
| -10 | 4,4 |
| -7 | 5 |
| -5,5 | 8 |
| -5 |  |
| -4,5 | 0 |
| -3 | 3 |
| -2 | 3,3 |
| -1 | 3,5 |
| 0 | 3,6 |
| 1 | 3,67 |
| 2 | 3,7 |
| 3 | 3,75 |
| 4 | 3,78 |
| 5 | 3,8 |