

Наибольший общий делитель (НОД) - это максимальное положительное число которое делит оба числа. Рассмотрим пример. Дано два числа a_1 и a_2 , самый простой способ найти НОД - это перебирать числа от 1 до a_1 если a_1 делит a_2 или до a_2 с проверкой делит ли данное число оба числа. Такой метод можно назвать грубым методом. Для нахождения НОД можно воспользоваться более эффективным алгоритмом: Алгоритм Евклида. Алгоритм Евклида зависит от двух фактов:

Первое, если мы вычитаем меньшее число из большего числа, НОД не изменится – поэтому, если мы продолжим вычитание числа, мы в конечном итоге получим их НОД

Второе, когда меньшее число точно делит большее число, меньшее число является НОД двух заданных чисел.

Стандартный алгоритм Евклида выполняется путем последовательных делений с остатком, при этом частное не используется, только остаток.

Сложность алгоритма Евклида равна $O(\log \min(n_1, n_2))$.

Задачи.

1. Дано два числа a_1 и a_2 , реализуя грубый метод поиска НОД:

```
int a1 = 8;
int a2 = 36;
int iter = 0;
for (int i = 1; i <= a1 && i <= a2; i++) {
    if ( /* ? */) {
        gcd = i;
    }
}
System.out.println(gcd);
```

Необходимо реализовать условие проверки является ли число i НОД чисел a_1 и a_2 .

Выберите правильный ответ:

- a) $a_1 \% a_2 == 0 \ \&\& \ a_2 \% a_1 == 0$
- b) $a_1 \% i == 0 \ \&\& \ a_2 \% i == 0$
- c) $a_1 \% i == 0 \ || \ a_2 \% i == 0$
- d) $a_1 \% a_2 == 0$

Ответ b. Корректное условие при котором НОД найден для двух чисел- когда остаток от деления двух чисел равен 0.

2. Реализуя алгоритм Евклида:

```
int gcd(int a, int b) {
    if (b == 0) {
        return a;
    }
    return gcd( /* ? */);
}
```

Необходимо указать правильные параметры метода gcd при рекурсивном вызове.

Выберите правильный ответ:

- a) $b, a * b$
- b) $b, a \% b$
- c) $b, a + b$

d) b, a / b

Ответ b. Согласно описанию алгоритм Евклида реализуется путем последовательных делений с остатком, при этом частное не используется, только остаток.

3. Ниже приведен код:

```
int gcd = 1;
int a1 = 8;
int a2 = 42;
for (int i = 1; i <= a1 && i <= a2; i++) {
    if (a1 % i == 0 && a2 % i == 0) {
        gcd = i;
    }
}
System.out.println(gcd);
```

Какое значение переменной gcd в результате выполнения кода?.

Выберите правильный ответ:

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8

Ответ a. Наибольший общий делитель для двух чисел 8 и 42 равен 2, при НОД 2 остаток от деления обоих чисел равен 0.

4. Для поиска НОД для двух чисел 6 и 42 мы используем метод Евклида. Чему равен НОД?

Выберите правильный ответ:

- a) 2
- b) 4
- c) 6
- d) 8

Ответ c. НОД для чисел 6 и 42 равен первому числу 6, так как остаток от деления 42 на 6 равен 0.

5. Используя грубый метод или алгоритм Евклида, необходимо вычислить НОД для чисел 3 и 22.

Чему равен НОД данных чисел?

Выберите правильный ответ:

- a) НОД для данных чисел не существует
- b) НОД для чисел не найден, нет числа при котором 3 и 22 делятся с остатком 0
- c) НОД равен 1

Ответ c. Фактически единственным и максимальным числом на которое делятся два числа 3 и 22 без остатка является 1.