

АНОТАЦІЯ

Розглянуто математичні моделі спотворених (розмитих та розфокусованих) зображень. Проаналізовано методи відновлення розмитих та розфокусованих зображень. Розроблено алгоритм відновлення спотворених зображень на основі двовимірного дискретного перетворення Фур'є. Створено програмний продукт на основі розробленого алгоритму та проведено його тестування.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: РОЗМИТТЯ, РОЗФОКУСУВАННЯ, ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

ABSTRACT

The mathematical models of distorted (blurred and out of focus) images was considered. The methods of restoration of blurred and out of focus images were analyzed. A distorted image restoration algorithm based on two-dimensional discrete Fourier transform was created. Software based on created algorithm was built and tested.

KEYWORDS: BLURRING, DEFOCUSING, RESTORING OF IMAGES

ЗМІСТ

ВСТУП.....	8
1 АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ..	11
1.1 Формування зображень.....	12
1.2 Алгебраїчні методи відновлення зображень.....	17
1.3 Методи відновлення зображень на основі просторової фільтрації.....	21
1.3.1 Інверсний фільтр.....	22
1.3.2 Фільтр Вінера.....	24
1.3.3 Компенсація крайових ефектів при відновленні лінійно- спотворених зображень.....	26
1.4 Ітераційні методи відновлення зображень.....	30
1.5 Постановка задачі на дипломну роботу магістра.....	35
2 РОЗРОБКА МЕТОДУ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є.....	37
2.1 Математичні моделі процесу спотворення.....	37
2.1.1 Розмиття внаслідок руху.....	37
2.1.2 Розфокусування.....	39
2.1.3 Чинники, що впливають на відновлення зображення.....	43
2.2 Двовимірне дискретне перетворення Фур'є.....	44
2.3 Математична модель методу.....	49
2.3.1 Підбір ядра спотворення.....	51
2.3.2 Відновлення при відсутності шуму.....	52
2.3.3 Відновлення в загальному випадку.....	52

3 РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ.....	54
3.1 Обґрунтування вибору середовища програмування	54
3.2 Вигляд вікна програми	55
3.3 Опис основних використаних функцій та процедур	56
3.3.1 Відкриття файлу-зображення для проведення обрахунків	56
3.3.2 Визначення ядра оператора спотворення	58
3.3.3 Перетворення Фур'є	59
3.3.4 Збереження отриманого зображення у новий файл *.bmp	62
3.4 Інструкція для користувача.....	63
3.5 Тестування програмного продукту.....	65
ВИСНОВКИ	74
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ	76

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

ФРТ – функція розсіювання точки.

НПФ – неперервне перетворення Фур'є.

ДПФ – дискретне перетворення Фур'є.

ШПФ – швидке перетворення Фур'є.

ВСТУП

Більшу частину інформації людина сприймає через зорові образи. В даний час для реєстрації, обробки і передачі даних (зокрема, зображень) найбільшого поширення отримали формуючі системи, які зазвичай представляють результат у вигляді цифрового зображення. Формуючими називають системи, які містять пристрої реєстрації зображень (фотоапарати, цифрові фото- або відеокамери, мікроскопи, телескопи, томографи і т.д.).

Найчастіше використовуються напівтонові (сірі, gray) зображення з градацією яскравості, особливо, в медицині (томограми, рентгенівські знімки і т.п.), а також у космо-аеро-динамічній зйомці, цифрових телескопах, мікроскопах і т.д. При спостереженні і вимірюванні зображень об'єктів можуть виникати спотворення, серед яких найбільш складними (з математико-комп'ютерної точки зору) є розмиття, розфокусування і зашумлення. У результаті виникає необхідність відновлення (реконструкції) математико-комп'ютерним шляхом спотворених зображень.

Традиційний шлях вирішення проблеми відновлення володіє рядом істотних недоліків. По-перше, необхідною властивістю ефективних алгоритмів відновлення, розрахованих на універсальне застосування, є їх адаптивність, тобто здатність підлаштування до оброблюваних даних. Загальна ідея адаптації може бути коротко описана таким чином. Фіксується деякий параметричний клас алгоритмів відновлення. Об'єкт обробки (зображення або його фрагмент) спочатку піддається аналізу з метою оцінювання його характеристик: статистичних, структурних і т.п. Потім за отриманими значеннями характеристик об'єкта розраховуються параметри

алгоритму. І тільки після цього проводиться власне обробка об'єкта. Тому при застосуванні стандартних відновлювальних процедур доводиться поряд із власне обробкою проводити оцінювання характеристик сигналів і «підлаштування» їх параметрів. Замість цього раціональніше було б побудувати відновлюючу процедуру, в якій вибір значень використовуваних параметрів безпосередньо регулюється користувачем.

По-друге, різноманітність і складність математичних моделей формування оптичних сигналів, формуючих систем, критеріїв якості обробки унеможливорює аналітичне отримання оптимальних процедур обробки та змушує використовувати підбір або синтез великої кількості обробних процедур. З цієї причини для комп'ютерних систем аналізу відеоінформації характерна досить розгалужена і незручна структура прикладного програмного забезпечення, в рамках якої представлена широка номенклатура алгоритмів обробки зображень. Самі ж алгоритми часто володіють низькою обчислювальною ефективністю і/або не забезпечують необхідну якість обробки.

По-третє, класичний шлях вирішення проблеми відновлення зображень будується на ідентифікації спотворюючої системи та побудові «оберненої до неї», що не завжди вдається зробити з урахуванням прийнятих обмежень на швидкість і якість обробки. Замість цього розумніше було б підбирати параметри саме відновлювальної системи.

Цим і визначається актуальність даної роботи.

Предметом дослідження є методи відновлення спотворених зображень.

Об'єктом є математичні моделі розмитих та розфокусованих зображень.

Метою магістерського дослідження є розробка та впровадження ефективного методу відновлення спотворених зображень.

Відповідно до мети магістерської роботи були поставлені наступні завдання:

- а) дослідити математичні моделі розмитого та розфокусованого зображення;
- б) провести аналіз існуючих методів відновлення спотворених зображень;
- в) створити алгоритм власного методу відновлення зображень;
- г) розробити програмний продукт на основі створеного алгоритму.

1 АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕНЬ

Через недосконалість формуючих і реєструючих систем записане ними зображення являє собою спотворену (нечітку) копію оригіналу. Основними причинами спотворень, що призводять до погіршення чіткості, є обмежена роздільна здатність формуючої системи, розфокусування, наявність спотворень у середовищі (наприклад, атмосфері), рух камери відносно реєстрованого об'єкта і т.п. Усунення або послаблення спотворень з метою підвищення різкості відноситься до задач відновлення зображень.

Найбільш загальна схема формування зображення представлена на рис. 1.1, де $u(v, v)$ – невідома функція розподілу яскравості об'єкта, що описується функцією двох змінних (v, v) ; $s(x, y)$ – спостережуване зображення, сформоване з $u(v, v)$ за допомогою деякого відомого оператора спотворень Ξ :

$$s(x, y) = \Xi u(v, v).$$

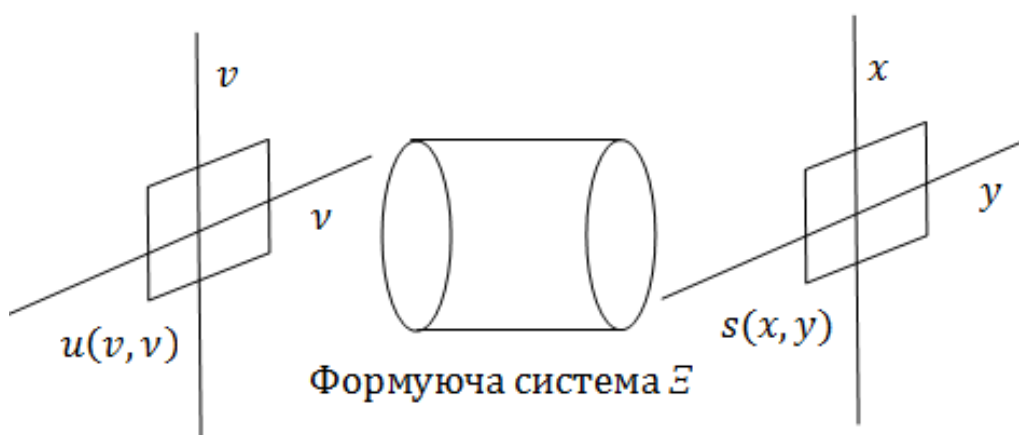


Рисунок 1.1 – Схема формування зображення

Вид оператора \mathcal{E} визначається властивостями формуючої системи. Двовимірну функцію $u(v, v)$ надалі будемо називати вихідним зображенням. Задача відновлення полягає в знаходженні зображення $\hat{u}(v, v)$, що є оцінкою вихідного зображення $u(v, v)$ по спостережуваному зображенню $s(x, y)$, тобто в усуненні спотворень, що вносяться оператором \mathcal{E} .

1.1 Формування зображень

Більшість формуючих систем можна розглядати як лінійні і інваріантні до зсуву. Зображення, сформовані такими системами, зазнають лінійних просторово-інваріантних спотворень, що характеризуються тим, що механізм їх виникнення один і той же для всіх точок (x, y) . Лінійні спотворення проявляються в послабленні верхніх частот вихідного зображення. Візуально це призводить до погіршення його різкості. У процесі запису зображення спотворюються також шумами, присутніми в будь-якому реальному фізичному пристрої. У ряді практично важливих випадків шум можна вважати адитивним і незалежним від початкового зображення.

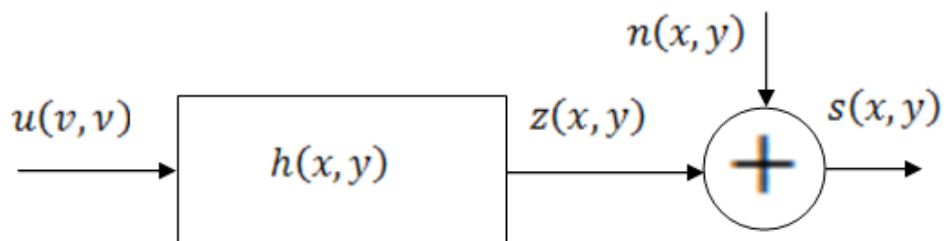


Рисунок 1.2 – Лінійна модель формування зображення

З урахуванням вищевикладеного спостережуване нечітке зображення $s(x, y)$ можна представити як вихід лінійної системи, показаної на рис. 1.2, а математична модель процесу його формування має вигляд:

$$s(x, y) = z(x, y) + n(x, y),,$$

де $n(x, y)$ – адитивний двовимірний шум. Зображення $z(x, y)$, отримане шляхом лінійного спотворення вихідного зображення за відсутності шуму, визначається інтегралом згортки:

$$\begin{aligned} z(x, y) &= h(x, y) \otimes \otimes u(x, y) = \iint_{(v, v) \in \otimes^{(u)}} h(x - v, y - v) u(v, v) dv dv = \\ &= \iint_{(u, v) \in \otimes^{(h)}} h(v, v) u(x - v, y - v) dv dv, \quad (x, y) \in \otimes^{(s)}, \quad (1.1) \end{aligned}$$

де $\otimes \otimes$ – символ двовимірної згортки; $h(x, y)$ – двовимірна імпульсна характеристика (або ФРТ – функція розсіювання точки) лінійної спотворюючої системи. Таким чином, значення функції яскравості $u(v, v)$ вихідного зображення в точці з координатами (v, v) «розмазується» відповідно до виду ФРТ $h(x, y)$ і спотворюється адитивним шумом.

У виразі (1.1) враховано, які зображення, що зустрічаються на практиці, мають скінченні розміри. Це означає, що яскравість зображення покладається рівною нулю всюди, крім деякої скінченної області, яку будемо називати кадром і позначати через $\otimes^{(\cdot)}$. Верхній індекс у кадрі $\otimes^{(\cdot)}$ відповідає символу зображення або ФРТ, для якого визначений цей кадр. Наприклад, кадр зображення $s(x, y)$ будемо позначати через $\otimes^{(s)}$. Розмір кадру – це сукупність довжин вертикальної $L_x^{(s)}$ і горизонтальної $L_y^{(s)}$ сторін кадру $\otimes^{(s)}$. Часто

виявляється зручним поєднати центр кадру зображення з початком координат на площині зображення, тоді:

$$s(x, y) = 0 \text{ при } |x| \geq \frac{L_x^{(s)}}{2}, |y| \geq \frac{L_y^{(s)}}{2}, \quad (1.2)$$

або, коли координати $(x, y) \notin \odot^{(s)}$.

Відносні розміри кадрів зображень і ФРТ в моделі формування (1.1) мають важливе значення. Розміри кадрів $\odot^{(s)}$, $\odot^{(z)}$ і $\odot^{(h)}$ рівні між собою і зумовлені тим, що будь-яка формуюча система має обмежене поле зору (рис. 1.3).

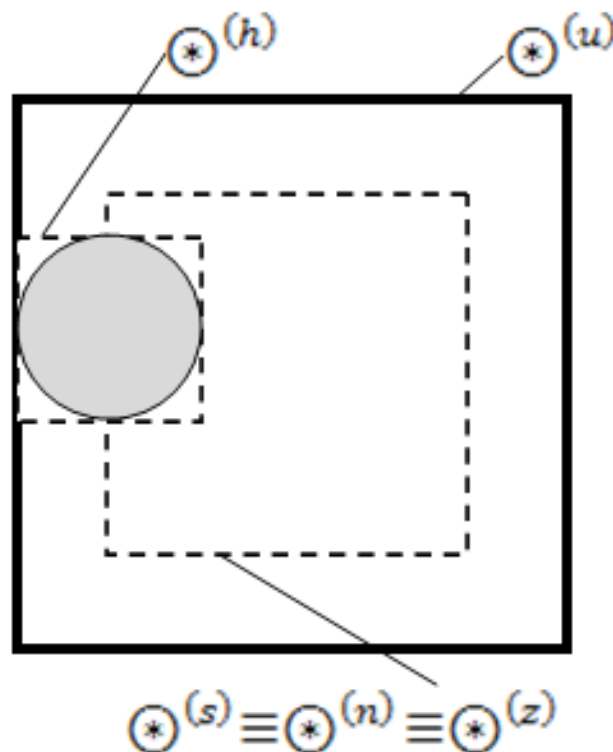


Рисунок 1.3 – Відносні розміри зображення і ФРТ

Кадр $\odot^{(h)}$ функції розсіювання точки являє собою мінімальний прямокутник, що містить всі точки з координатами (x, y) , в яких

величина абсолютного значення ФРТ помітно відмінна від нуля, наприклад, коли $|h(x, y)| \geq 10^{-10} \max(|h(x, y)|)$. Слід зазначити, що кадр $\otimes^{(h)}$ ФРТ не завжди симетричний відносно початку координат. Зокрема, симетрією ФРТ не володіють каузальні лінійні системи. Дія ФРТ зводиться до того, що кожна точка початкового зображення $s(v, v)$ «розмазується» у деяку область, обмежену кадром $\otimes^{(h)}$. Кадр $\otimes^{(u)}$ вихідного зображення може бути побудований шляхом переміщення $\otimes^{(h)}$ і являє собою область усіх точок, які охоплюються кадром $\otimes^{(h)}$ при його переміщенні по кадрові $\otimes^{(s)}$ спостережуваного зображення. Тому, навіть якщо реєстрований об'єкт має нескінченні розміри, спостережуване зображення формується тільки за рахунок деякої його частини. Причому розміри кадру спостережуваного зображення завжди менші або дорівнюють розмірам початкового. Розміри кадрів вихідного і спостережуваного зображень однакові тільки за відсутності лінійних спотворень, тобто коли імпульсна характеристика спотворюючої системи дорівнює дельта-функції. У деяких випадках вдається відновити зображення в межах кадру $\otimes^{(u)}$ вихідного зображення, тому що та його частина, яка лежить поза межами кадру $\otimes^{(s)}$, також впливає на видиме зображення $s(x, y)$.

Для зображень, представлених у цифровій формі, двовимірні функції $u(v, v)$, $z(x, y)$, $s(x, y)$, $h(x, y)$ і $n(x, y)$ з неперервними аргументами в (1.1) замінюють двовимірними масивами відліків, взятих на прямокутних решітках з однаковими відстанями $\Delta = \Delta x = \Delta y$ між вузлами. У цьому випадку співвідношення (1.1) набуває вигляду:

$$s(i_1, i_2) = z(i_1, i_2) + n(i_1, i_2), i_1 = -\frac{L_1^{(s)}}{2}, \frac{L_1^{(s)}}{2}, i_2 = -\frac{L_2^{(s)}}{2}, \frac{L_2^{(s)}}{2}, \quad (1.3)$$

де

$$\begin{aligned} z(i_1, i_2) &= h(i_1, i_2) \otimes \otimes u(i_1, i_2) = \\ &= \sum_{(j_1, j_2) \in \otimes^{(h)}} h(j_1, j_2) u(i_1 - j_1, i_2 - j_2). \end{aligned} \quad (1.4)$$

Аргументи з індексом 1 позначають номер рядка, а з індексом 2 – номер стовпчика. У дискретному випадкові розміри кадру (кількість відліків) $L_{i_1}^{(\cdot)}$ і $L_{i_2}^{(\cdot)}$ визначає відношення довжин відповідно вертикальної і горизонтальної сторін кадру аналогового зображення до величини інтервалу дискретизації Δ .

Операція згортки (формули (1.1) і (1.4)) еквівалентна добутку в частотній області. Це дозволяє виконати швидко імітацію лінійних спотворень за допомогою ДПФ, замінивши звичайну згортку циклічною. Як правило, розміри кадру ФРТ набагато менші за розміри кадру вихідного зображення, тому перед перетворенням масив $h(i_1, i_2)$ повинен бути доповнений нулями. Крім того, вважається, що зображення і ФРТ є періодично продовженими, які позначаються хвилястою лінією.

Спектр лінійно-спотвореного зображення $\tilde{z}(i_1, i_2)$ дорівнює добуткові спектру $\tilde{U}(k_1, k_2)$ вихідного зображення $\tilde{u}(i_1, i_2)$ і передавальної функції $\tilde{H}(k_1, k_2)$ спотворюючої системи:

$$\tilde{Z}(k_1, k_2) = \tilde{U}(k_1, k_2) \tilde{H}(k_1, k_2), \quad (1.5)$$

де k_1 і k_2 – просторові частоти. Розміри кадру зображення $\tilde{z}(i_1, i_2)$, отриманого після зворотного ДПФ від $\tilde{Z}(k_1, k_2)$, рівні розмірам кадру

$\odot^{(u)}$ вихідного зображення. Для завершення процедури імітації необхідно «обрізати» краї зображення $\tilde{z}(i_1, i_2)$ до розмірів кадру $\odot^{(s)}$ і додати адитивну перешкоду $n(i_1, i_2)$. Тут і далі результати перетворення Фур'є від функцій в просторовій області будуть позначатися відповідними літерами.

1.2 Алгебраїчні методи відновлення зображень

Співвідношення (1.4) для цифрових зображень фактично являє собою систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно $u(i_1, i_2)$. Тому завдання відновлення вихідного зображення $u(i_1, i_2)$ при відомій ФРТ $h(i_1, i_2)$ може бути зведене до розв'язання такої системи.

Зручно представити співвідношення (1.3) і (1.4) у матричній формі, використовуючи лексикографічне упорядкування. Для цього двовимірний масив спостережуваного зображення $s(i_1, i_2)$ розміру $L^{(s)} = (L_1^{(s)} + 1) \times (L_2^{(s)} + 1)$ перетворимо в вектор-стовпчик s розміру $L^{(s)} \times 1$. Перетворення здійснюється згорткою масиву $s(i_1, i_2)$ по рядках. Аналогічним чином перетворюються на вектор-стовпчики z , u і n спотворене при відсутності шуму зображення $z(i_1, i_2)$, вихідне зображення $u(i_1, i_2)$ і шум $n(i_1, i_2)$. Розміри векторів z , u і n дорівнюють $L^{(u)} = L^{(z)} = L^{(n)} = (L_1^{(u)} + 1) \times (L_2^{(u)} + 1)$. Зв'язок між лексикографічно впорядкованими зображеннями визначається співвідношенням (1.6), де спотворене зображення (1.7)

$$s = z + n, \quad (1.6)$$

$$z = hu. \quad (1.7)$$

Символ h позначає прямокутну матрицю розміром $L^{(z)} \times L^{(u)}$, за допомогою якої вектор вихідного зображення u перетворюється на спотворене зображення z . Матриця h має блокову структуру [2], елементи якої представляють собою відліки ФРТ. Завдання відновлення зображень алгебраїчними методами при наявності і відсутності шумів спостереження мають якісні відмінності.

Якщо шумами спостереження можна знехтувати, то завдання відновлення зображення зводиться до знаходження оцінки (розв'язку) \hat{u} матричного рівняння (1.7), що задовольняє умові

$$z = h\hat{u}. \quad (1.8)$$

Якби h була квадратною матрицею й існувала б обернена матриця $(h)^{-1}$, то, очевидно, що рішення системи мало б вигляд

$$\hat{u} = (h)^{-1}z. \quad (1.9)$$

Однак матричне рівняння (1.7) являє собою невизначену систему лінійних алгебраїчних рівнянь, тому що кількість невідомих $L^{(u)}$ більша за кількість рівнянь $L^{(z)}$ (розміри початкового зображення завжди більші від розмірів спотвореного зображення). Тому матриця h є прямокутною матрицею розміром $L^{(z)} \times L^{(u)}$. У цьому випадку для відшукування рішення використовують різні методи псевдообернення матриць [3]. Якщо невизначену систему (1.7) можна розв'язати, то вона має кілька розв'язків. Виникає проблема вибору єдиного розв'язку з безлічі можливих, яке і буде прийнято в якості оцінки \hat{u} .

Серед усіх можливих розв'язків невизначеної системи (1.7) в якості оцінки \hat{u} вибирається розв'язок, який мінімізує норму похибки відновлення

$$\varepsilon_1^2 = e_1(\hat{u})^T e_1(\hat{u}) = \sum_{i=1}^{L(u)} (u_i - \hat{u}_i)^2 = \min_{\hat{u}} , \quad (1.10)$$

де T – символ транспонування; $e_1(\hat{u}) = u - \hat{u}$ – вектор похибки відновлення. Критерій (1.10) називається критерієм найменших квадратів. Доведено [3], що норма помилки буде мінімальною, якщо оцінка $\hat{u} = h^+ z$, де $h^+ = h^T (h h^T)^{-1}$ – узагальнена обернена матриця. У загальному випадкові норма похибки не дорівнює нулю.

Точне відновлення вихідного зображення за відсутності шумів можливе, по-перше, коли спотворене зображення отримане в результаті циклічної згортки вихідного зображення і ФРТ. По-друге, коли об'єкти вихідного зображення розташовані в центрі кадру і спостерігаються на тлі постійної яскравості, причому відстань від об'єктів до меж кадру більше апертури ФРТ. У тому й іншому випадках кількість невідомих буде рівна кількості рівнянь, тому що об'єкти, розташовані поза кадром, не впливатимуть на яскравість спостережуваного зображення. Іншими словами, точне відновлення при відсутності шуму можливе тоді, коли обмеження розмірів кадру спостережуваного зображення не призводить до втрати інформації про вихідне зображення.

Для зашумлених зображень до елементів вектора-стовпчика z додають відліки вектора-стовпчика n . Це робить систему рівнянь, як правило, нерозв'язною. Нерозв'язність системи означає, що не існує оцінки вихідного зображення, при якій вона перейде в тотожність.

Можна знайти лише наближене рішення нерозв'язної системи, яке визначають з умови мінімуму норми похибки [4, 5]

$$\varepsilon_2^2 = (e_2(\hat{u}))^T e_2(\hat{u}) = (s - h\hat{u})^T (s - h\hat{u}) = \min_{\hat{u}} , \quad (1.11)$$

У цьому випадкові оптимальним оператором (в сенсі критерію найменших квадратів (1.11)), що формує оцінку \hat{u} , також є узагальнена обернена матриця h^+ . Причому цей оператор є єдиним оператором, що забезпечує мінімум норми оцінки

$$(\hat{u})^T \hat{u} = \sum_{i=1}^{L(s)} \hat{u}_i^2.$$

Таким чином, в обох розглянутих випадках узагальнена згортка матриць дає оптимальний розв'язок, що задовольняє критеріям найменших квадратів (1.10) або (1.11). Слід підкреслити, що, незважаючи на однакові назви, по суті це два різних критерії. Для розв'язуваної невизначеної системи (1.7)) (коли вибирається одне рішення з безлічі можливих) помилка $e_2(\hat{u})$ дорівнює нулю. В іншому випадку помилка $e_2(\hat{u})$ завжди відмінна від нуля, тому що точне рішення системи відсутнє.

Основним недоліком алгебраїчних алгоритмів відновлення зображень є необхідність виконання трудомістких операцій перетворення, множення і транспонування матриць великих розмірів. Нагадаємо, що розмір матриці h дорівнює добутку числа відліків вихідного і спостережуваного зображень. Крім того, згортка матриць великих розмірів являє собою важке завдання. Це завдання значно спрощується, якщо спотворене зображення формується з вихідного

шляхом циклічної згортки з ФРТ. На жаль, для реальних завдань відновлення зображень ця умова не виконується. Альтернативною алгебраїчним методам є методи лінійної фільтрації зображень.

1.3 Методи відновлення зображень на основі просторової фільтрації

Методи відновлення зображень, які будуть розглянуті в даному підрозділі, реалізуються за допомогою ДПФ в частотній області. При цьому звичайна згортка замінюється циклічною як в моделі формування спотвореного зображення (1.4), так і в процедурі відновлення методом просторової фільтрації. Всі зображення $\tilde{s}(i_1, i_2)$, $\tilde{z}(i_1, i_2)$, $\tilde{n}(i_1, i_2)$, $\tilde{u}(i_1, i_2)$ і ФРТ вважаються періодично продовженими і мають однакові розміри кадру $L = L_1 \times L_2$. Заміна звичайної згортки циклічною в моделі формування призводить до того, що при синтезі відновлюючого фільтра не враховується факт впливу об'єктів, розташованих поза увагою об'єктива, на значення яскравості на краях спотвореного зображення. При відновленні реально спотворених зображень таким фільтром виникають крайові ефекти, компенсація яких є одним з основних завдань при реалізації алгоритмів відновлення зображення на основі просторової фільтрації.

При циклічній зортці модель (1.4) формування спотвореного зображення визначається співвідношенням

$$\begin{aligned} \tilde{s}(i_1, i_2) = \tilde{z}(i_1, i_2) + \tilde{n}(i_1, i_2) = \tilde{h}(i_1, i_2) \otimes \otimes \tilde{u}(i_1, i_2) + \tilde{n}(i_1, i_2), \\ (i_1, i_2) \in \odot, \end{aligned} \quad (1.12)$$

де \otimes – кадр зображення, однаковий для всіх зображень і ФРТ, що входять до (1.12). Розміри кадру дорівнюють періоду повторення зображень і ФРТ.

Застосовуючи до (1.12) ДПФ, отримаємо

$$\begin{aligned} \tilde{S}(k_1, k_2) = \tilde{Z}(k_1, k_2) + \tilde{N}(k_1, k_2) = \tilde{H}(k_1, k_2)\tilde{U}(k_1, k_2) + \tilde{N}(k_1, k_2), \\ (k_1, k_2) \in \otimes. \end{aligned} \quad (1.13)$$

Система відновлення зображень на основі просторової фільтрації являє собою лінійний просторово-інваріантний двовимірний фільтр. На виході цього фільтру формується оцінка

$$\hat{u}(i_1, i_2) = \tilde{h}_b(i_1, i_2) \otimes \otimes \tilde{s}(i_1, i_2), \quad (1.14)$$

вихідного зображення $u(i_1, i_2)$. У просторово-частотній області спектр оцінки з урахуванням (1.14) можна записати як

$$\begin{aligned} \hat{U}(k_1, k_2) = \tilde{H}_b(k_1, k_2)\tilde{S}(k_1, k_2) = \\ = \tilde{H}_b(k_1, k_2)(\tilde{H}(k_1, k_2)\tilde{U}(k_1, k_2) + \tilde{N}(k_1, k_2)). \end{aligned} \quad (1.15)$$

1.3.1 Інверсний фільтр

Найпростішим способом відновлення чіткості зображення є обробка спостережуваного зображення в просторово-частотній області інверсним фільтром [5]. Передавальна функція інверсного відновлюючого фільтра визначається співвідношенням

$$\tilde{H}_{\text{інв}}(k_1, k_2) = \frac{1}{\tilde{H}(k_1, k_2)}. \quad (1.16)$$

Вона вибирається з умови $\tilde{H}_{\text{інв}}(k_1, k_2)\tilde{H}(k_1, k_2) = 1$, що забезпечує компенсацію спотворень, що вносяться ФРТ формуючої системи. При цьому спектр оцінки вихідного зображення дорівнює

$$\hat{U}(k_1, k_2) = \tilde{U}(k_1, k_2) + \frac{\tilde{N}(k_1, k_2)}{\tilde{H}(k_1, k_2)}. \quad (1.17)$$

Таким чином, відновлене зображення дорівнює сумі початкового зображення і спостережуваного шуму, що пройшов через інверсний фільтр. При відсутності шуму досягається точне відновлення інверсним фільтром вихідного зображення $\tilde{u}(i_1, i_2)$ за спотвореним зображенням $\tilde{z}(i_1, i_2)$. При відновленні зображень інверсним фільтром виникають крайові ефекти, які проявляються у вигляді перешкоди великої потужності, яка повністю маскує відновлене зображення. Крайові ефекти виникають навіть за відсутності шуму.

Існують частинні методи послаблення шумів, які полягають в обмеженні смуги інверсного фільтра. Послідовно з інверсним фільтром включається коригуюча ланка, модуль передавальної функції якої прямує до нуля за межами деякої наперед заданої граничної частоти. При цьому гранична частота вибирається з вибору між зниженням рівня шуму і чіткістю відновленого зображення. Однак ці методи не вирішують проблем крайових ефектів та наявності нулів передавальної функції формуючої системи в робочому діапазоні частот.

Таким чином, незважаючи на очевидну простоту методу інверсної фільтрації, він може успішно використовуватися для відновлення обмеженого класу зображень, у яких рівень фону на краях постійний. Крім того, метод інверсної фільтрації володіє надзвичайно низькою завадостійкістю.

1.3.2 Фільтр Вінера

Інверсна фільтрація має низьку завадостійкість, тому що цей метод не враховує зашумленість спостережуваного зображення. Значно менш схильний до впливу перешкод і сингулярностей, зумовлених нулями передавальної функції спотворюючої системи, фільтр Вінера, тому що при його синтезі поряд з видом ФРТ використовується інформація про спектральні щільності потужності та шуму зображення. При цьому вважають, що зображення є реалізацією випадкового двовимірного поля. Частотна характеристика відновлюючого фільтра Вінера, отримана для періодично продовжених зображень, має вигляд [6]:

$$\begin{aligned} \tilde{H}_{\text{Він}}(k_1, k_2) &= \frac{\tilde{G}_{u,s}(k_1, k_2)}{\tilde{G}_s(k_1, k_2)} = \\ &= \frac{\tilde{H}^*(k_1, k_2)\tilde{G}_u(k_1, k_2)}{|\tilde{H}(k_1, k_2)|^2\tilde{G}_u(k_1, k_2) + \tilde{G}_n(k_1, k_2)}, \end{aligned} \quad (1.18)$$

де $\tilde{G}_n(k_1, k_2)$, $\tilde{G}_s(k_1, k_2)$, $\tilde{G}_u(k_1, k_2)$ – спектральні щільності потужності періодично продовжених шуму, що спостерігається, і вихідного зображення; $\tilde{G}_{u,s}(k_1, k_2)$ – взаємна спектральна щільність потужності періодично продовжених вихідного і спостережуваного

зображень; $(\cdot)^*$ – символ комплексного сполучення. Як і при інверсній фільтрації, обробка проводиться в частотній області.

Перетворимо передавальну функцію фільтра Вінера (18) наступним чином:

$$\tilde{H}_{\text{Він}}(k_1, k_2) = \frac{\tilde{H}^*(k_1, k_2)}{|\tilde{H}(k_1, k_2)|^2 + \frac{\tilde{G}_n(k_1, k_2)}{\tilde{G}_u(k_1, k_2)}}. \quad (1.19)$$

Аналізуючи співвідношення (1.18) і (1.19), можна відзначити наступне:

а) при відсутності шуму фільтр Вінера переходить в інверсний фільтр. Отже, в області низьких частот, де, як правило, відношення сигнал/шум велике, передавальні функції інверсного і вінерівського фільтрів практично збігаються;

б) при зменшенні спектральної щільності потужності вихідного зображення передавальна функція фільтра Вінера прагне до нуля. Для зображень це характерно на верхніх частотах;

в) на частотах, що відповідають нулям передавальної функції формуючої системи, передавальна функція фільтру Вінера також дорівнює нулю. Таким чином вирішується проблема сингулярності відновлюючого фільтра.

На рис. 1.4 наведені одновимірні перерізи типових передавальних функцій вінерівських фільтрів (суцільна лінія). Тут же для порівняння наведені перерізи передавальних функцій інверсних фільтрів (1.6) і (1.7), які позначені штриховою лінією.

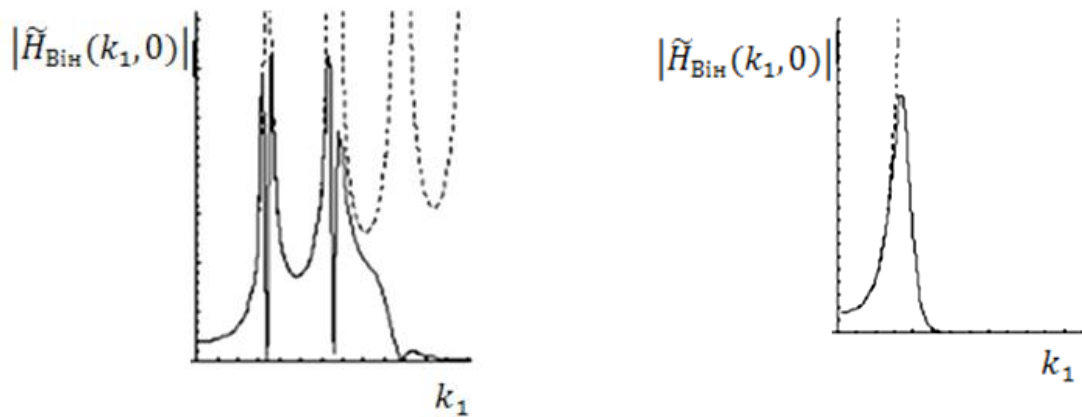


Рисунок 1.4 – Частотні характеристики фільтра Вінера при циліндричній та гаусівській ФРТ

Таким чином, за рахунок використання інформації про спектральні характеристики та шум зображення, фільтр Вінера володіє відносно високою завадостійкістю і у нього відсутня сингулярність, обумовлена нулями передавальної функції формуючої системи. Основним недоліком фільтра Вінера залишається наявність крайових ефектів, які проявляються у вигляді осцилюючої перешкоди, що маскує відновлене зображення.

1.3.3 Компенсація крайових ефектів при відновленні лінійно-спотворених зображень

Внаслідок того, що спотворене зображення записується в кадрі скінченного розміру, в усіченому зображенні відбувається втрата інформації, що міститься у вихідному зображенні поблизу країв. Тому при корекції лінійних спотворень усіченого зображення виникають помилкові деталі у вигляді смуг, інтенсивність яких особливо велика при циліндричній формі ФРТ і рівномірному розмитті.

На жаль, розв'язати рівняння Вінера-Хопфа для сигналів та зображень, спостережуваних на обмеженому інтервалі, не вдається.

Тому відсутні оптимальні просторово-інваріантні фільтри, що враховують крайові ефекти. Для компенсації крайових ефектів використовуються різні евристичні алгоритми. Деякі з них будуть розглянуті в даному підпункті.

Якщо брати до уваги центральна частина зображення і його розміри значно більше розмірів кадру ФРТ, то для компенсації крайових ефектів застосовують множення спостережуваного зображення на функцію вікна $w(i_1, i_2)$, яка плавно зменшується до нуля на краях кадру $\otimes^{(s)}$ спостережуваного зображення і рівна нулю всюди за його межами. Після цього зображення відновлюється фільтром Вінера.

При дефокусуванні функція вікна є подільною щодо просторових координат: $w(i_1, i_2) = w(i_1)w(i_2)$. При вертикальному або горизонтальному розмитті використовують одномірну функцію вікна, на яку множаться відповідно стовпчики чи рядки спостережуваного зображення. Відомий ряд одновимірних функцій вікна $w(i)$, які можуть бути використані при відновленні зображень, наприклад, вікна Бартлетта, Кайзера, Блекмана та ін [7].

Хороші результати дає функція вікна [8]

$$w_r(i) = (i|\gamma, \beta) = 0.5 \left[th\left(\frac{i + \frac{\gamma}{2}}{\beta}\right) - th\left(\frac{i - \frac{\gamma}{2}}{\beta}\right) \right], \quad (1.20)$$

форма якої визначається двома незалежними параметрами γ і β . Параметр γ впливає на розміри вікна, а β – на швидкість спаду країв вікна до нуля.

Рівень яскравості на краях зображень прямує до нуля, тому разом із зменшенням крайових ефектів звужуються межі

відновлюваного зображення. Крім того, оптимальні параметри вікон залежать від параметрів спотворюючої системи і визначаються дослідним шляхом, що ускладнює практичне застосування алгоритмів відновлення.

Врахувати обмежені розміри спостережуваного зображення можна на етапі синтезу фільтра Вінера, який використовує інформацію про спектрально-кореляційні характеристики зображення. Отримання зображення обмежених розмірів еквівалентно множенню нескінченного зображення на вікно одиничної яскравості, розміри якого дорівнюють розмірам кадру $\otimes^{(s)}$. Очевидно, що спектрально-кореляційні характеристики такого усіченого зображення будуть відрізнятися від аналогічних характеристик нескінченних зображень. Кореляційна функція усіченого зображення може бути отримана шляхом множення на вікно

$$\psi(i_1, i_2) = \begin{cases} \prod_{j=1}^2 \left(1 - \frac{|i_j|}{L_j^{(s)} + 1} \right), & \text{при } |i_j| \leq L_j^{(s)}, \\ 0, & \text{при } |i_j| \geq L_j^{(s)}, \end{cases} \quad (1.21)$$

кореляційної функції необмеженого зображення [9]. У цьому випадкові спектральна щільність потужності усіченого зображення дорівнює згортці спектральної щільності потужності необмеженого зображення і спектральної щільності вікна (1.21). Підставляючи відповідні спектральні щільності потужності в рівняння Вінера-Хінчина і розв'язуючи його, отримаємо коефіцієнт передачі фільтра для усіченого зображення [10]

$$H_{\overline{\text{Він}}}(\omega_1, \omega_2) = \frac{G_{u,s}(\omega_1, \omega_2) \otimes \otimes \Psi(\omega_1, \omega_2)}{G_s(\omega_1, \omega_2) \otimes \otimes \Psi(\omega_1, \omega_2)}, \quad (1.22)$$

де $\Psi(\omega_1, \omega_2)$ – спектральна щільність вікна (1.21). Слід підкреслити, що імпульсна характеристика фільтра (1.22) не зводиться до множення імпульсної характеристики фільтра Вінера і регуляризуючого двовимірного трикутного вікна (1.21).

Іноді поряд з компенсацією крайових ефектів потрібно розширити межі відновлюваного зображення, щоб отримати більше інформації про вихідне зображення. Для цього використовують процедуру екстраполяції, яка полягає в тому, що двовимірну функцію яскравості $s(i_1, i_2)$ спостережуваного зображення продовжують з меж кадру $\otimes^{(s)}$ на кадр великих розмірів $\otimes^{(s)}$ так, щоб функція яскравості була гладкою і на краях кадру $\otimes^{(s)}$ дорівнювала нулю.

Найпростішою є процедура одновимірної екстраполяції. Яскравість зображення уздовж рядків і стовпців за межами кадру спостережуваного зображення $\otimes^{(s)}$ задається у вигляді полінома

$$f(i_j) = a_0 + a_1 i_j + a_2 i_j^2 + \dots, \quad j = \overline{1,2}.$$

Коефіцієнти $\{a_k\}$ визначають, виходячи з вимог, що пред'являють до властивостей функції яскравості. Наприклад, на межі кадру $\otimes^{(s)}$ функція яскравості повинна дорівнювати нулю, вона повинна бути невід'ємною, максимальне значення екстраполюючої функції не повинно перевищувати максимального значення спостережуваного зображення.

Слід звернути увагу на те, що застосування процедури екстраполяції дозволило відновити зображення в межах кадру вихідного зображення, розміри якого більші від розмірів кадру спостережуваного зображення на величину розмиття. Очевидно, що у

центральної частині якість відновлення при екстраполяції гірша, ніж при множенні на вікно. Однак ця процедура дозволяє збільшити розміри кадру відновленого зображення.

Поліпшити якість відновлення можна, використовуючи одночасно екстраполяцію спостережуваного зображення і фільтра (1.22). Розглянуті методи відновлення є лінійними. Їх широке використання зумовлене досить простими методами синтезу та аналізу лінійних систем, а також високою обчислювальною ефективністю. Однак ці методи не є оптимальними і не завжди забезпечують ефективну компенсацію спотворень. Лінійна обробка є наближенням до оптимальної обробки, тому що статистичні характеристики переважної більшості зображень є негаусівськими. Крім того, лінійні методи не враховують апріорні дані про відновлювані зображення. Тому цікавість представляють нелінійні методи обробки зображень. Синтез оптимальних нелінійних алгоритмів, як правило, значно складніший, ніж лінійних. Однак, існують лінійні методи відновлення, які досить просто можуть бути перетворені в нелінійні, що враховують апріорні дані про зображення і завади. Прикладом таких методів є ітераційні методи (методи послідовних наближень).

1.4 Ітераційні методи відновлення зображень

Ітераційними методами називають способи розв'язку задач, в яких, вибираючи деяке початкове наближене рішення, обчислюють наступні, більш точні наближення, використовуючи попередні.

Розглянемо один із способів побудови ітераційних процедур, в основі якого лежить розкладання в ряд частотної характеристики інверсного фільтра [6]. Спектр оцінки вихідного зображення при інверсній фільтрації визначається співвідношенням

$$\hat{U}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{H(\omega_1, \omega_2)} S(\omega_1, \omega_2). \quad (1.23)$$

Представимо функцію інверсного фільтра $\frac{1}{H(\omega_1, \omega_2)}$ у вигляді геометричної прогресії:

$$\frac{1}{H(\omega_1, \omega_2)} = \sum_{l=0}^{\infty} (1 - H(\omega_1, \omega_2))^l. \quad (1.24)$$

Підставляючи (1.24) в (1.23), отримаємо

$$\begin{aligned} \hat{U}(\omega_1, \omega_2) &= S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2))S(\omega_1, \omega_2) + \\ &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2))^2 S(\omega_1, \omega_2) + \dots \end{aligned} \quad (1.25)$$

Співвідношення (1.25) дозволяє представити процедуру знаходження оцінки $\hat{U}(\omega_1, \omega_2)$ у вигляді послідовних наближень:

$$\begin{aligned} \hat{U}^{(0)}(\omega_1, \omega_2) &= S(\omega_1, \omega_2); \\ \hat{U}^{(1)}(\omega_1, \omega_2) &= S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2))S(\omega_1, \omega_2) = \\ &= S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2))\hat{U}^{(0)}(\omega_1, \omega_2); \\ \hat{U}^{(2)}(\omega_1, \omega_2) &= S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2))S(\omega_1, \omega_2) + \\ &+ (1 - H(\omega_1, \omega_2))^2 S(\omega_1, \omega_2) = S(\omega_1, \omega_2) + (1 - H(\omega_1, \omega_2))S(\omega_1, \omega_2) + \end{aligned}$$

Умова (1.28) виконується для гаусівської ФРТ. При циліндричній ФРТ співвідношення (1.23) замінюють на еквівалентне співвідношення

$$\hat{U}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{|H(\omega_1, \omega_2)|^2} H^*(\omega_1, \omega_2) S(\omega_1, \omega_2).$$

Тоді ітераційний алгоритм (1.27) має вигляд [6]

$$\begin{aligned} \hat{u}^{(0)}(i_1, i_2) &= h_1(i_1, i_2) \otimes \otimes s(i_1, i_2); \\ \hat{u}^{(n)} &= h_1(i_1, i_2) \otimes \otimes s(i_1, i_2) + \\ &+ (1 - h_2(i_1, i_2)) \otimes \otimes \hat{u}^{(n-1)}(i_1, i_2), \end{aligned} \quad (1.29)$$

де $h_1(i_1, i_2)$ і $h_2(i_1, i_2)$ – імпульсні характеристики фільтрів з передавальними функціями $H^*(\omega_1, \omega_2)$ і $|H(\omega_1, \omega_2)|^2$ відповідно. Згортка в (1.27) і (1.29) може бути виконана з допомогою ШПФ в припущенні, що зображення і імпульсні характеристики є періодично продовженими.

Очевидно, що розглянутий ітераційний алгоритм є лінійним і не має жодних переваг порівняно з лінійними алгоритмами. Однак цей метод дозволяє ефективно боротися з крайовими ефектами і надмірним посиленням шумів при відновленні зображень. Ітеративний процес завжди можна зупинити, якщо шум і осцилююча перешкода на зображенні різко посилюються. Зупинка ітеративного процесу означає усічення ряду (1.24), що призводить до обмеження коефіцієнта посилення за межами деякої граничної частоти. Зі збільшенням довжини ряду зростають гранична частота і коефіцієнт посилення фільтра.

Поряд з описаними вище властивостями ітераційні алгоритми можуть бути легко перетворені в нелінійні шляхом введення нелінійних обмежень для відновлюваного зображення [6, 11].

Обмеження формулюють на основі апріорних даних про форму або структуру об'єктів на вихідному зображенні. До апріорних даних відносять такі властивості зображення, як невід'ємність яскравості, її верхня і нижня межа, мінімальна потужність сигналу, обмежена просторова і спектральна протяжність і. т.п.

Навіть облік такого найпростішого обмеження як верхня і нижня межа значень яскравості призводить до значного поліпшення якості відновлення, тому що серед усіх можливих рішень вибирається те, яке не має сильних осциляцій яскравості.

Ітераційний алгоритм, наприклад (1.29), з обмеженням має вигляд

$$\begin{aligned}\hat{u}^{(0)}(i_1, i_2) &= h_1(i_1, i_2) \otimes \otimes s(i_1, i_2); \\ \hat{u}^{(n)}(i_1, i_2) &= h_1(i_1, i_2) \otimes \otimes s(i_1, i_2) + \\ &\quad + (1 - h_2(i_1, i_2)) \otimes \otimes \mathfrak{F}\{\hat{u}^{(n-1)}(i_1, i_2)\},\end{aligned}\tag{1.31}$$

де $\mathfrak{F}\{\cdot\}$ оператор обмеження.

Наприклад, якщо використовується оператор обмеження на невід'ємність

$$\mathfrak{F}\{u(i_1, i_2)\} = \begin{cases} u(i_1, i_2), & u(i_1, i_2) \geq 0, \\ 0, & u(i_1, i_2) < 0, \end{cases}$$

то з (1.31) випливає, що в тих областях, де яскравість оцінки $\hat{u}^{(n-1)}(i_1, i_2)$ менше нуля, зміна оцінки не відбувається. Нелінійний ітераційний алгоритм (1.31) буде збігатися, якщо збігається лінійний алгоритм (1.29) і оператор $\mathfrak{F}\{\cdot\}$ є нерозширюваним оператором. Для простору сигналів L_2 це означає, що дія оператора на зображення не повинна призводити до збільшення його енергії. Очевидно, що до нерозширюваних операторів відноситься оператор обмеження на

невід'ємність, а також оператор обмеження діапазону, який визначається наступним співвідношенням

$$\mathfrak{S}\{u(i_1, i_2)\} = \begin{cases} u(i_1, i_2), & a \leq u(i_1, i_2) \leq b, \\ a, & u(i_1, i_2) < a, \\ b, & u(i_1, i_2) > b, \end{cases} \quad (1.32)$$

Для більшості цифрових зображень діапазон зміни яскравості дорівнює $[0,255]$.

Таким чином, використання апріорних даних про діапазон зміни яскравості дозволило зменшити середньоквадратичну похибку майже в 2.5 рази. Екстраполяція забезпечила відновлення зображення в межах кадру вихідного зображення, розміри якого більші від розмірів кадру $\odot^{(s)}$ спостережуваного зображення.

1.5 Постановка задачі на дипломну роботу магістра

У ході проведення аналізу існуючих методів відновлення розмитих та розфокусованих зображень виявлено, що:

- а) кожен з методів відновлення має певні недоліки (неякісне відновлення певного типу спотворення, надлишкові крайові ефекти);
- б) розглянуті методи потребують високих затрат часу.

У зв'язку з цим задача розробки ефективного алгоритму відновлення розмитих чи розфокусованих зображень є актуальною для розгляду.

Тому завдання на дану магістерську роботу – наступні:

а) розглянути математичні моделі процесів розмиття та розфокусування;

б) розробити математичну модель методу відновлення спотворених зображень на основі перетворення Фур'є;

в) скласти алгоритм для даного методу;

г) створити програмний продукт на основі даного алгоритму;

д) розробити тестові приклади для перевірки якості відновлення зображень;

е) провести апробацію програми на розроблених тестових прикладах;

ж) проаналізувати отримані результати та зробити висновки щодо якості розробленого методу.

2 РОЗРОБКА МЕТОДУ ВІДНОВЛЕННЯ ЗОБРАЖЕННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Є

2.1 Математичні моделі процесу спотворення

2.1.1 Розмиття внаслідок руху

Розмиття зображення виникає при взаємному русі камери і об'єкта відносно один одного під час експозиції. Спостережуване зображення є результатом накладення зі зміщенням безлічі вихідних зображень. Коли камера переміщається з постійною горизонтальною швидкістю щодо об'єкту зйомки. ФРТ і передавальна функція такої системи визначаються виразами:

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha} \delta(x), & \text{при } 0 \leq y \leq \alpha, \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases}$$

$$H(\omega_x, \omega_y) = \frac{\sin(\alpha \omega_y)}{\omega_y},$$

де довжина розмиття α – дорівнює добуткові швидкості руху камери на час експозиції. Відповідно в дискретному випадку ФРТ розмиття дорівнює

$$h(i_1, i_2) = \begin{cases} \frac{1}{L_{i_2}^{(h)}}, & \text{при } 0 \leq i_2 \leq L_{i_2}^{(h)} \text{ та } i_1 = 0, \\ 0, & \text{в інших випадках,} \end{cases} \quad (2.1)$$

де розміри кадру $L_{i_2}^{(h)} = [\alpha/\Delta]$ і $L_{i_1}^{(h)} = 1$. Тут квадратні дужки позначають операцію округлення до цілого. Взаємне розташування кадрів зображень і ФРТ при розмитті показано на рис. 2.1.

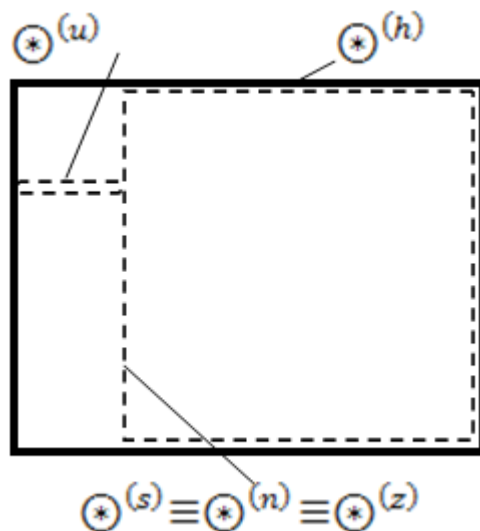


Рисунок 2.1 – Взаємне розташування зображення і ФРТ при розмитті

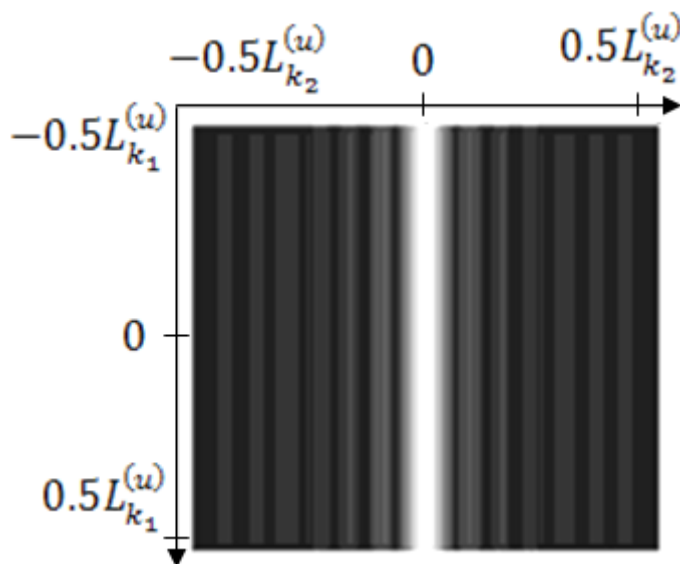


Рисунок 2.2 – Зображення модуля частотної характеристики спотворюючої системи

Доповнюючи ФРТ (2.1) нулями до розмірів кадру вихідного зображення і застосовуючи двовимірне ДПФ, отримуємо частотну характеристику спотворюючої системи:

$$\tilde{H}(k_1, k_2) = \frac{1}{L_{i_2}^{(h)} \sqrt{L_{i_2}^{(u)}}} e^{j(\pi(L_{i_2}^{(h)} - 1)k_2/L_{i_2}^{(u)})} \frac{\sin(\pi L_{i_2}^{(h)} k_2/L_{i_2}^{(u)})}{\sin(\pi k_2/L_{i_2}^{(u)})}, \quad (2.2)$$

для всіх k_1 .

Зображення модуля $\tilde{H}(k_1, k_2)$ наведено на рис. 2.2 при $L_{i_2}^{(h)} = 15$ та розмірах початкового зображення 185×170 елементів.

На рис. 2.4 наведено спотворений варіант вихідного зображення «Кубик» (рис. 2.3). Горизонтальне розмиття становить 15 елементів. Вихідне зображення містить 185×170 елементів, а спотворене – 170×170 елементів.



Рисунок 2.3 – Вихідне зображення "Кубик"



Рисунок 2.4 – Розмите зображення "Кубик"

2.1.2 Розфокусування

Чіткість зображення характеризується відтворенням дрібних деталей і визначається роздільною здатністю формуючої системи. Роздільна здатність, наприклад, оптичної системи чисельно

виражається кількістю пар чорно-білих ліній на 1 мм зображення, яке формується об'єктивом системи. Якщо площина формованого зображення знаходиться у фокусі об'єктива, то промені, які виходять від точки на об'єкті, сходяться в точку на зображенні. При розфокуванні точка відтворюється у вигляді деякої плями (круг розмиття), і дві близько розташовані точки на вихідному зображенні зливаються в одну на спостережуваному. Величина круга розмиття залежить від фокусної відстані об'єктива, а також від відстаней від об'єктива до об'єкту і до площини формованого зображення [1]. Дискретне зображення буде чітким (сфокусованим), якщо діаметр круга розмиття не перевищує кроку дискретизації Δ спостережуваного зображення. В іншому випадку лінійні спотворення стають помітними.

При розфокуванні розподіл інтенсивності на зображенні джерела, сформованого тонкою лінзою з круговою апертурою, постійний в межах круга розмиття радіусом r і дорівнює нулю за його межами. Це відповідає циліндричній ФРТ

$$h(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\pi r^2}, & x^2 + y^2 \leq r^2, \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases} \quad (2.3)$$

З (2.3) випливає, що розміри кадру $L_x^{(h)} = L_y^{(h)} = 2r$. Взявши двовимірне перетворення Фур'є від (2.3), отримаємо передавальну функцію оптичної системи

$$H(\omega_x, \omega_y) = \frac{J_1(r\rho)}{r\rho}, \quad \rho^2 = \omega_x^2 + \omega_y^2, \quad (2.4)$$

де $J_1(\cdot)$ – функція Бесселя першого порядку. У дискретному випадку ФРТ (2.3) має вигляд:

$$h(i_1, i_2) = \begin{cases} \frac{1}{\pi r^2}, & i_1^2 + i_2^2 \leq r^2, \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases} \quad (2.5)$$

На рис. 2.5 і 2.6 показані ФРТ для тонкої лінзи (2.5) і модуль її передавальної функції при радіусі круга розмиття $r = 10$ і розмірах кадру зображення 200×200 елементів.

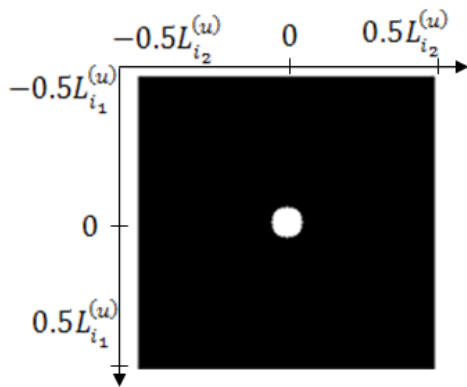


Рисунок 2.5 – ФРТ тонкої лінзи

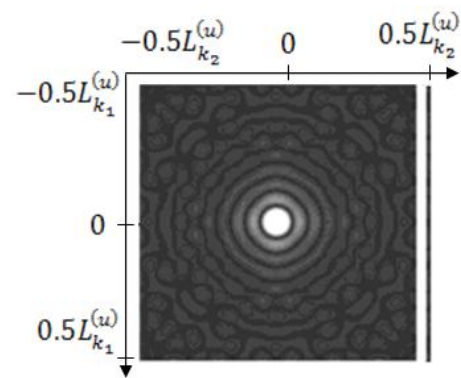


Рисунок 2.6 – Зображення модуля частотної характеристики тонкої лінзи

Земну атмосферу також можна розглядати як оптичну систему. В якості наближеної моделі ФРТ такої системи використовується двовимірний гаусівський імпульс

$$h(x, y) = K \exp[-\alpha(x^2 + y^2)], \quad (2.6)$$

який в дискретному випадку має вигляд

$$h(i_1, i_2) = K \exp[-\alpha(i_1^2 + i_2^2)], \quad (2.7)$$

де K – нормуючий коефіцієнт, α – коефіцієнт просторової нерізкості. Передавальна функція, відповідна ФРТ (2.6), визначається виразом

$$H(\omega_x, \omega_y) = \exp\left[-\frac{\omega_x^2 + \omega_y^2}{4\alpha}\right]. \quad (2.8)$$

Отже, чим більше α , тим менше розфокусування спостережуваного зображення. ФРТ для земної атмосфери і відповідна їй передавальна функція при $\alpha = 0.1$ наведені на рис. 2.7 і 2.8. Розміри плями ФРТ на рис. 2.7 візуально здаються меншими ніж розміри плями для тонкої лінзи (рис. 2.5), тому що гаусівський імпульс є швидко спадною функцією.

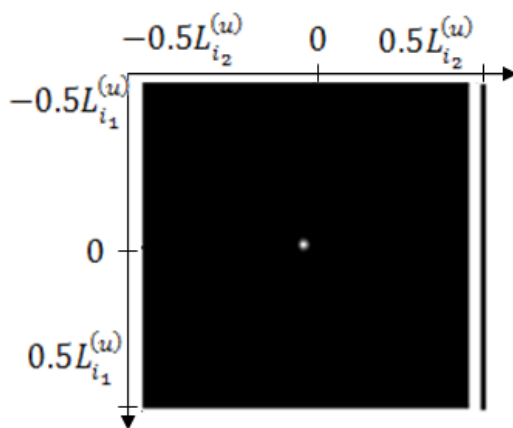


Рисунок 2.7 – ФРТ атмосфери
Землі

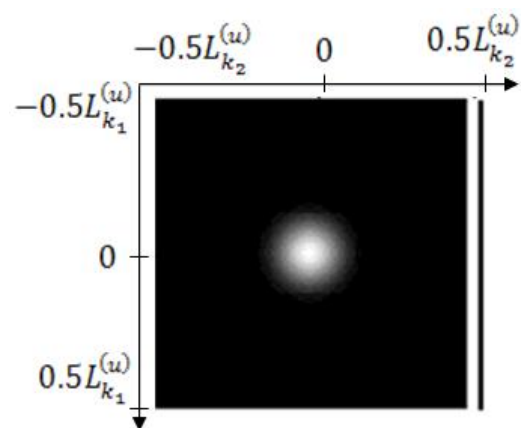


Рисунок 2.8 – Зображення
модуля частотної
характеристики атмосфери
Землі

На рис. 2.10 наведено розфокусований варіант вихідного зображення «Кубик» (рис. 2.9). Радіус розфокусування становить 5

пікселів. Вихідне зображення містить 185×170 пікселів, а спотворене – 170×170 пікселів.



Рисунок 2.9 – Вихідне зображення "Кубик"



Рисунок 2.10 – Розфокусоване зображення "Кубик"

2.1.3 Чинники, що впливають на відновлення зображення

Таким чином, можна виділити три основні чинники, які суттєво ускладнюють вирішення проблеми відновлення зображень:

а) спотворення типу розфокусування або розмиття проявляються в послабленні верхніх просторових частот зображення, оскільки формуючі системи являють собою фільтри нижніх частот. При цьому відношення сигнал/шум на верхніх частотах, що визначають чіткість зображення, буде значно гіршим, ніж для зображення в цілому. Якщо система, що формує зображення, послаблює сигнал на якихось просторових частотах, то при відновленні він має бути посилений в тій мірі, в якій був послаблений. Разом з сигналом будуть посилюватися і шуми. Тому поліпшення якості зображення за різкістю може призвести до погіршення його якості шумом;

б) яскравість на краях кадру спотвореного зображення залежить від яскравості об'єктів, розташованих поза кадром, за рахунок згортки вихідного зображення з ФРТ. При відновленні зображень виникають

крайові ефекти. Вплив крайових ефектів на якість відновлення у ряді випадків виявляється навіть більш істотним, ніж зашумленість зображення.

в) при спотвореннях, викликаних рухом або розфокусуванням камери, передавальні функції (34) і (2.4) мають нулі, наявність яких зумовлена осцилюючим характером передавальних функцій. Оскільки спектр спотвореного зображення дорівнює добуткові спектру вихідного зображення і передавальної функції, то наявність нулів призводить до повної втрати даних про вихідне зображення на відповідних частотах. З цієї причини не вдається абсолютно точно відновити вихідне зображення за спостережуваним зображенням, навіть якщо відсутні шуми спостереження і розміри кадрів необмежені.

При вирішенні завдань відновлення зображень використовують різні алгоритми, як мають строге математичне обґрунтування, так і емпіричні. Для спотворень, що описуються рівнянням згортки, ці алгоритми умовно можна розділити на три основні групи: алгоритми розв'язування системи алгебраїчних рівнянь, алгоритми фільтрації зображень в частотній області та ітераційні алгоритми.

2.2 Двовимірне дискретне перетворення Фур'є

Позначимо через

$$x(i_1, i_2) = x_{i_1, i_2}, \quad i_1 = \overline{0, I_1 - 1}, \quad i_2 = \overline{0, I_2 - 1}, \quad (2.9)$$

двовимірне поле (двовимірний сигнал), що описує дискретне зображення розміру I_1 рядків і I_2 стовпців. Поза зазначеними меж цей сигнал не визначений. Виконаємо періодичне продовження даного скінченного сигналу, ввівши двовимірний періодичний сигнал

$$\tilde{x}_{i_1, i_2} = \sum_{m_1=-\infty}^{\infty} \sum_{m_2=-\infty}^{\infty} x_{i_1 - m_1 I_1, i_2 - m_2 I_2}, \quad (2.10)$$

Якщо сигнал x_{i_1, i_2} існує тільки всередині прямокутника $R_{I_1, I_2} = \{(i_1, i_2): 0 \leq i_1 \leq I_1 - 1, 0 \leq i_2 \leq I_2 - 1\}$ зі сторонами $I_1 \times I_2$ елементів (рис. 2.11.а), то сигнал \tilde{x}_{i_1, i_2} визначений на всій площині (i_1, i_2) і є на ній прямокутно-періодичним (рис. 2.11.б).

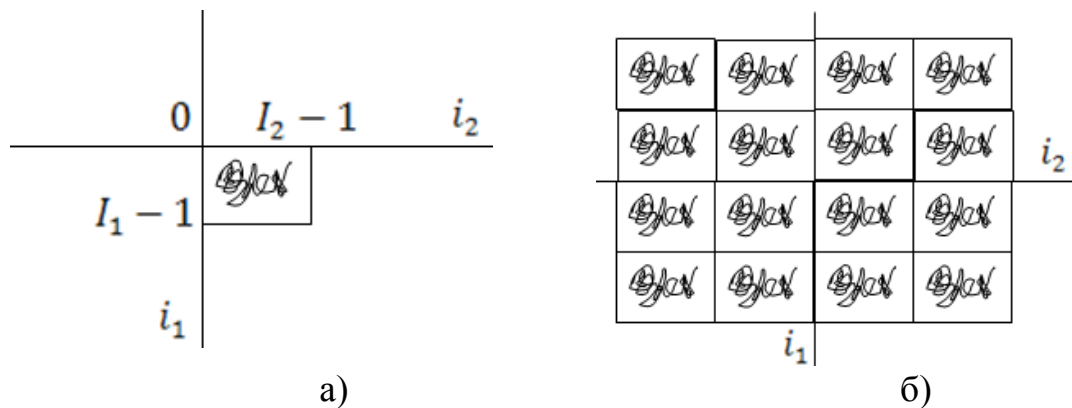


Рисунок 2.11 – Реальне (а) і періодично продовжене (б) зображення

Довільний періодичний сигнал може бути представлений у вигляді ряду Фур'є, але, на відміну від одновимірних сигналів, двовимірні описують двовимірним рядом Фур'є, що має вигляд:

$$\tilde{x}_{i_1, i_2} = \frac{1}{I_1 I_2} \sum_{k_1=0}^{I_1-1} \sum_{k_2=0}^{I_2-1} \tilde{X}_{k_1, k_2} \exp\left(j \frac{2\pi}{I_1} i_1 k_1 + j \frac{2\pi}{I_2} i_2 k_2\right), j = \sqrt{-1}, \quad (2.11)$$

Базисні функції цього двовимірного подання – двовимірні комплексні експоненти (так звані комплексні синусоїди)

$$\begin{aligned} \varphi_{k_1, k_2}(i_1, i_2) &= \frac{1}{I_1 I_2} W_1^{i_1 k_1} W_2^{i_2 k_2}, \\ W_1 &= \exp\left(j \frac{2\pi}{I_1}\right), \quad W_2 = \exp\left(j \frac{2\pi}{I_2}\right), \end{aligned} \quad (2.12)$$

мають, як і сигнал $\tilde{x}(\cdot)$, прямокутну періодичність з тим же періодом $I_1 \times I_2$. Тут (k_1, k_2) – двовимірний номер базисної функції, а величини $\frac{2\pi k_{1(2)}}{I_{1(2)}}$ є просторовими частотами. Іноді просторовими частотами називають цілочисельні величини k_1 і k_2 .

Коефіцієнти Фур'є \tilde{X}_{k_1, k_2} ряду (2.11) утворюють двовимірний частотний спектр сигналу \tilde{x}_{i_1, i_2} і визначаються формулою прямого перетворення Фур'є:

$$\tilde{X}_{k_1, k_2} = \sum_{i_1=0}^{I_1-1} \sum_{i_2=0}^{I_2-1} \tilde{x}_{i_1, i_2} W_1^{i_1 k_1} W_2^{i_2 k_2}. \quad (2.13)$$

Вираз (2.11), відновлюючи сигнал \tilde{x}_{i_1, i_2} з його спектру \tilde{X}_{k_1, k_2} , є зворотним перетворенням Фур'є. У справедливості перетворень (2.11) і (2.13), які називають двовимірним ДПФ, можна переконатися, підставивши (2.13) в (2.11) і звівши праву частину отриманої рівності до лівої, тобто до \tilde{x}_{i_1, i_2} .

Зауважимо, що для точного представлення дискретного сигналу \tilde{x}_{i_1, i_2} з двовимірним періодом $I_1 \times I_2$ елементів відповідно до формул НПФ досить скінченної кількості базисних функцій (2.12) – ряд (2.11) є скінченним. Це й зрозуміло, оскільки сигнал містить в одному періоді скінченну кількість точок, тобто має скінченне число ступенів вільності. Ясно, що кількість ступенів вільності в спектрі не може відрізнятись від кількості ступенів вільності в самому сигналі.

Зупинимося на найбільш істотній властивості двовимірного дискретного спектру Фур'є. Обчислимо спектральні коефіцієнти (2.13) в частотних точках $k_1 + m_1 I_1, k_2 + m_2 I_2$:

$$\begin{aligned} \tilde{X}_{k_1 + m_1 I_1, k_2 + m_2 I_2} &= \\ &= \sum_{i_1=0}^{I_1-1} \sum_{i_2=0}^{I_2-1} \tilde{x}_{i_1, i_2} W_1^{i_1 k_1} W_2^{i_2 k_2} \times \exp(-j2\pi i_1 m_1 - j2\pi i_2 m_2), \end{aligned} \quad (2.14)$$

Оскільки при будь-яких цілих значеннях m_1 і m_2 останній множник в отриманому виразі дорівнює одиниці, то звідси маємо рівність:

$$\tilde{X}_{k_1 + m_1 I_1, k_2 + m_2 I_2} = \tilde{X}_{k_1, k_2},$$

що означає прямокутну періодичність двовимірного ДПФ. Отже, картина двовимірного ДПФ подібна картині двовимірного періодично продовженого сигналу, показаної на рис. 2.9.б (якщо на ній просторові координати i_1, i_2 замінити частотними k_1, k_2). Однак необхідно мати на увазі, що спектральні коефіцієнти \tilde{X}_{k_1, k_2} , як це випливає з (2.13), є комплексними числами, в тому числі і при матеріальному сигналі \tilde{x}_{i_1, i_2} . Загальна кількість спектральних компонент, як встановлено, рівна $I_1 I_2$. Комплексне число еквівалентне парі дійсних чисел – дійсної та уявної частин при алгебраїчному або модулю і фазі при

експоненційному поданні. Отже, повний спектр описується $2I_1I_2$ дійсними числами, що вдвічі перевищує розмірність самого сигналу \tilde{x}_{i_1, i_2} . У цьому випадку, на перший погляд, міститься суперечність. Вона знаходить пояснення при подальшому вивченні властивостей двовимірного ДПФ.

Перетворимо співвідношення (2.14) наступним чином. По-перше, замість частот k_1, k_2 підставимо частоти $-k_1, -k_2$. По-друге, виконаємо комплексне спряження обох частин, що не порушить рівності. В результаті неважко отримати вираз:

$$\tilde{X}_{k_1, k_2} = \tilde{X}_{m_1 I_1 - k_1, m_2 I_2 - k_2}^*$$

яким встановлюється однозначний зв'язок між спектральними коефіцієнтами в двох різних точках спектрального прямокутника $R_{I_1, I_2} = \{(k_1, k_2): 0 \leq k_1 \leq I_1 - 1, 0 \leq k_2 \leq I_2 - 1\}$. Отриманим співвідношенням і знімається протиріччя, оскільки кількість незалежних спектральних коефіцієнтів зменшується завдяки даній спектральній симетрії в два рази. Відповідно до встановленої властивості, спектрально-сполученої залежністю пов'язані між собою спектральні коефіцієнти, що належать лівому верхньому і правому нижньому кутам прямокутника R_{I_1, I_2} . Аналогічно також пов'язані між собою коефіцієнти Фур'є з правої верхньої і лівої нижньої ділянок спектрального прямокутника R_{I_1, I_2} .

При практичному застосуванні двовимірного ДПФ – як прямого, так і зворотного, зовсім не потрібно оперувати періодичними сигналами і спектрами, як це передбачається, здавалося б, перетвореннями (2.11) і (2.13). Від цієї необхідності позбавляють самі співвідношення (2.11) і (2.13). Справді, пряме перетворення Фур'є (2.13) містить в правій частині значення періодично продовженого сигналу \tilde{x}_{i_1, i_2} лише в межах одного "головного" прямокутника R_{I_1, I_2} .

Але в цих межах вихідний x_{i_1, i_2} і періодично продовжений \tilde{x}_{i_1, i_2} сигнали повністю збігаються, що дає можливість використовувати у формулі (2.13) вихідний сигнал x_{i_1, i_2} . Аналогічні пояснення можна зробити і щодо зворотного перетворення (2.11), звідки випливає, що практично в процесі обчислень оперувати слід "основною" ділянкою спектру, що належить до спектральної області R_{I_1, I_2} .

При обробці зображень виникають численні завдання, правильне тлумачення і вирішення яких можливе тільки на основі цих математичних інтерпретацій. Однією з таких найважливіших завдань є цифрова двовимірна фільтрація в спектральній області, здійснення якої пов'язане з виконанням так званої циклічної згортки.

2.3 Математична модель методу

У розробленій моделі зображення ототожнюються з матрицями освітленості – дійсними матрицями скінченного розміру з коефіцієнтами з відрізка $[0; 255]$. При моделюванні чорно-білих зображень кожен елемент матриці відповідає одному пікселю зображення і своїм значенням задає кількість кольору, кольорові фотографії моделюються трійкою матриць, що відповідають червоній, зеленій і синій складовим спектра.

Позначимо ці матриці латинськими літерами як функції від двох натуральних змінних: $z(m, n) \in R$ – є значення елемента матриці z з координатами (m, n) або (що те ж саме) колір пікселя з цими координатами у зображенні p .

Далі, через $f(m, n)$ позначимо спостережуване неспотворене зображення, котре і потрібно відшукати, через $g(m, n)$ –

спостережуване зображення, тобто вхідні дані програми, через $n(m, n)$ – матрицю значень цифрового шуму в кожній точці і через H – оператор, який діє в полі вищеописаних матриць, що відповідає процесу спотворення, який у такому випадку може бути коротко описаний як:

$$g(m, n) = H[f(m, n)] + n(m, n), \quad \forall m, n$$

або представлений схематично, як показано на рис. 2.12:

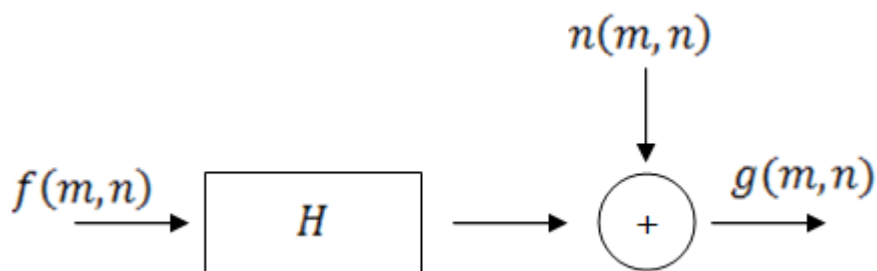


Рисунок 2.12 – Схема процесу спотворення зображення

Опишемо детальніше дію оператора спотворення H . Кожному оператору в моделі буде відповідати матриця $h(m, n)$, яку назвемо ядром оператора. Дія $H[f]$ буде визначатися як матрична згортка ядра з аргументом:

$$H[f] = h * f(m, n),$$

що відповідає зворотному дискретному перетворенню Фур'є від поелементного добутку перетворення Фур'є матриці ядра і аргументу:

$$H[f] = (\hat{h} * \hat{f})^\vee, \quad (2.15)$$

де символи $\hat{\cdot}$ і \vee позначають пряме і зворотне перетворення Фур'є відповідно.

Таким чином завдання полягає в тому, щоб отримати $\tilde{f}(m, n)$ – деяке наближення $f(m, n)$ підібравши ядро оператора H найкращим

чином. На жаль, дізнатися його точно в більшості випадків не представляється можливим, тому будемо використовувати найбільш точні моделі, ґрунтуючись на результатах експериментів.

2.3.1 Підбір ядра спотворення

Будемо розглядати найчастіші варіанти спотворень і наведемо схему побудови ядра для кожного з них:

а) motion blur – розмиття, що виникає через рух об'єкту зйомки перпендикулярно напрямку камери. Одновимірний випадок. Зручно виділяти з усіх таких рухів строго горизонтальне, адже він найбільш поширений. Зустрічається, наприклад, при фотографуванні рухомого автомобіля. У цьому випадку ядро h , якщо L – довжина сліду в пікселях, визначається як:

$$h(m) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & \text{при } -\frac{L}{2} \leq m \leq \frac{L}{2}, \\ 0, & \text{в інших випадках} \end{cases} \quad (2.16)$$

б) out-of-focus blur – розмиття через неточне наведення фокусної відстані. R позначає радіус розфокусування в пікселях.

$$h(m) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2}, & \text{при } \sqrt{m^2 + n^2} \leq R, \\ 0, & \text{в іншому випадку.} \end{cases} \quad (2.17)$$

Слід зазначити, що у разі, якщо фотографія була спотворена відразу декількома способами, наприклад, a, b , то в якості ядра слід брати згортку ядер, відповідних цим спотворенням:

$$h_{abc} = h_a * h_b, \quad (2.18)$$

2.3.2 Відновлення при відсутності шуму

Отже, підібравши ядро, ми маємо спостережуване зображення g і ядро h . Як було зазначено вище, ми припускаємо, що процес спотворення проходив за наступною схемою:

$$g(m, n) = H[f(m, n)] + n(m, n), \quad \forall m, n$$

У розглянутому зараз випадку шум n дорівнює нулю в усіх точках, так що застосувавши перетворення Фур'є до цього рівняння ми отримуємо:

$$G(u, v) = H(u, v) * F(u, v),$$

де G, H і F – вже комплексні, а не дійсні матриці.

Ця рівність виконується для всіх u і v , так що розглянемо довільну пару індексів (u_0, v_0) . Якщо комплексне число $H(u_0, v_0) \neq 0$, то ми можемо на нього поділити і отримати шукане значення $F(u_0, v_0)$. Однак іноді відбувається так, що $H(u_0, v_0) = 0$ і ділити на нього не можна. У такому випадку будемо просто вважати $F(u_0, v_0) = 0$.

Діючи так, ми отримуємо комплексну матрицю F і, порахувавши від цієї матриці зворотне перетворення Фур'є, отримуємо дані зображення f .

Звичайно, така ситуація, при якій ми можемо розраховувати на відсутність шуму на фотографії зустрічається надзвичайно рідко, але зате в такому випадку результати дуже близькі до реальних.

2.3.3 Відновлення в загальному випадку

Діючи схожим чином ми отримуємо наступну формулу:

$$\hat{F}(u, v) = \left(\frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right) \frac{G(u, v)}{H(u, v)}, \quad (2.19)$$

де K – це дійсний параметр, найкраще значення для якого слід визначати експериментальним шляхом для кожного конкретного випадку. З математичної ж точки зору K є відношенням спектральних функцій для матриць n і f , тобто є невідомим з точки зору алгоритму, адже матрицю f ми не знаємо.

Очевидно, формулу для попереднього випадку ми отримуємо підставляючи $K = 0$, що якраз і означає, що шум рівний нулю в усіх точках.

Таким чином у цьому випадку (тобто практично завжди) для відновлення вихідного зображення після визначення оптимального ядра спотворення, слід провести ряд випробувань, підставляючи в формулу різні значення числа K , після чого вибрати найкращий результат.

3 РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

3.1 Обґрунтування вибору середовища програмування

В час сучасних інформаційних технологій існує ряд середовищ програмування, які дозволяють створити програмний продукт високої якості. Інтерфейс користувача програмного продукту для відновлення розмитих та розфокусованих зображень розроблений за допомогою Borland Delphi 7.0, адже користуючись даним середовищем можна створити інтерфейс зі зручного відображення інформації на дисплеї та забезпеченням режиму діалогу між системою та користувачем.

Delphi — середовище швидкої розробки додатків, у якій інтегровані кошти моделювання розробки й розгортання додатків електронної комерції й Web-сервісів.

Основні особливості сімейства Delphi 7:

а) підтримка мов програмування для Win32 (Delphi і C/C++) і для .NET (Delphi і C#) у єдиному середовищі розробки, що дозволяє спростити супровід і створення нових додатків Win32 і більш легко освоїти технології .NET;

б) оновлена бібліотека візуальних компонентів (VCL) дозволяє прискорити й спростити розробку графічного користувацького інтерфейсу (GUI), автоматично розташовуючи компоненти відповідно до налаштованих правил, для дотримання цілісності GUI або відповідності корпоративним стандартам;

в) нова система шаблонів коду й інші нововведення середовища розробки якісно поліпшують роботу з вихідними текстами й підвищують продуктивність розробки.

3.2 Вигляд вікна програми

Загальний вигляд вікна програми наведено на рисунку 3.1.

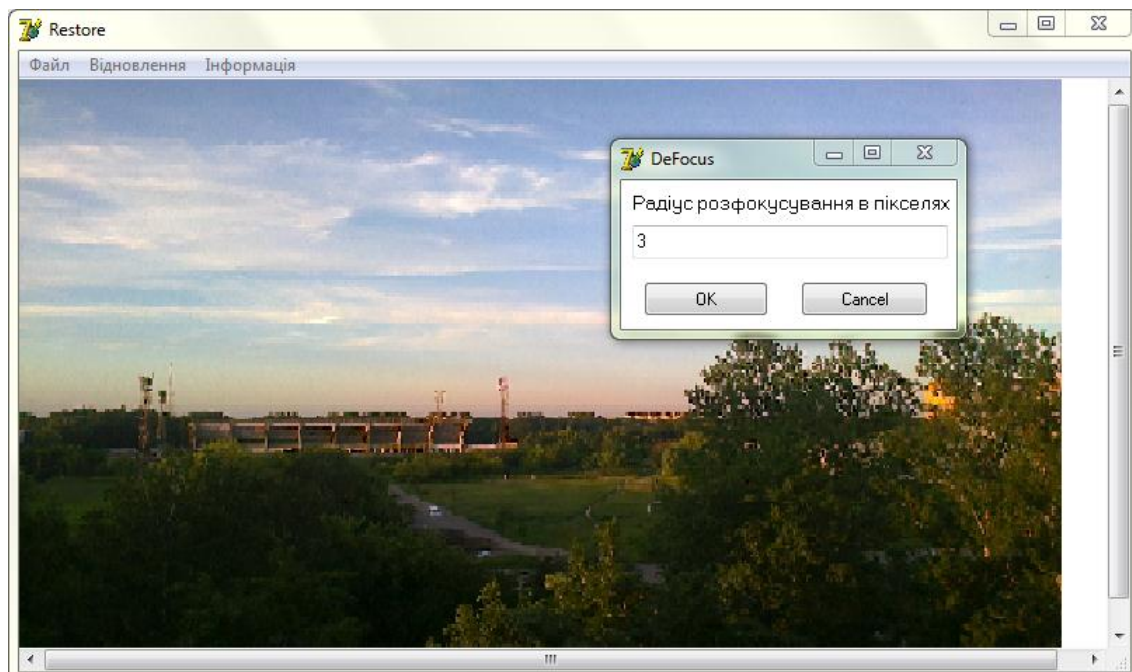


Рисунок 3.1 – Головне вікно програми

На головному вікні розміщено основні компоненти для роботи з програмою, а саме:

- а) головне меню, яке дає можливість обрати потрібний тип розмиття для відновлення;
- б) об'єкт Image – для відображення зображення;
- в) об'єкт OpenFileDialog – невидимий об'єкт, який необхідний для відображення діалогу відкриття нового файлу;
- г) об'єкт SaveDialog – невидимий об'єкт, який необхідний для відображення діалогу збереження файлу.

3.3 Опис основних використаних функцій та процедур

3.3.1 Відкриття файлу-зображення для проведення обрахунків

Програмний продукт працює із зображеннями типу *.bmp. Для того, щоб мати можливість працювати із зображенням як з матрицею, потрібно відкрити файл та зчитати з нього інформацію.

Для цього використовується процедура OpenBmp:

```
procedure OpenBmp;
var
  BmpImage: TBitmap;
  p: PByteArray;
  y, x: integer;
begin
  if OpenFileDialog1.Execute = true then
  begin
    BmpImage := TBitmap.Create;
    BmpImage.LoadFromFile(OpenFileDialog1.FileName);
    try
      for y := 0 to BmpImage.Height - 1 do
      begin
        p := BmpImage.ScanLine[y];
        for x := 0 to BmpImage.Width - 1 do
          Begin
            b := p[x*3];
            g := p[x*3 + 1];
            r := p[x*3 + 2];
```

```

        End;
    end;
finally
    BmpImage.Free;
end;
end;

```

Тут використовуються такі змінні:

а) `BmpImage` – змінна типу `TBitMap`, в яку вноситься інформація про картинку. Саме за допомогою змінної даного типу легко отримати доступ до матриць освітленості;

б) `r`, `g`, `b` – змінні-масиви типу `byte` для зберігання матриць освітленості для трьох основних кольорів (відповідно червоного, зеленого та синього);

в) `p` – змінна типу `PByteArray`, яка використовується для зчитування одного рядка матриці RGB вихідного зображення;

г) `x`, `y` – змінні типу `integer`, які використовуються для створення циклу. Граничні значення у циклі – ширина та висота зображення у пікселях.

Крім того, застосовуються функції для роботи з класом `TBitMap`:

а) `Create` – створення змінної зі структурою `bmp`-зображення;

б) `LoadFromFile(string FileName)` – завантаження до раніше створеної змінної зображення, шлях та назва якого збережені у змінній `FileName`;

в) `Height`, `Width` – отримання висоти та ширини зображення;

г) `ScanLine[integer Line Number]` – зчитування значень одного рядка пікселів із зображення;

д) `Free` – звільнення пам'яті виділеної під змінну-зображення.

3.3.2 Визначення ядра оператора спотворення

Для якісного відновлення зображення потрібно розрахувати ядро оператора спотворення. Обчислення проводяться за формулами (2.16) та (2.17).

Якщо тип спотворення – розмиття, то для визначення ядра оператора спотворення використовується процедура KernelBlurred(matrix mas):

```

procedure KernelBlurred(var mas: matrix);
var
  i, j: integer;
begin
  for i := 1 to x do
    for j := 1 to y do
      if (i >= - L/2) and (i <= L/2) then
        mas[x,y] := 1 / L
      else
        mas[x,y] := 0;
    end;
  end;

```

У випадку розфокусування для обчислень використовується процедура KernelDefocused(matrix mas):

```

procedure KernelDefocused (var mas: matrix);
var
  i, j: integer;
begin
  for i := 1 to x do

```

```

for j := 1 to y do
  if (sqrt(x * x + y * y) <= R) then
    mas[x,y] := 1 / (Pi * R * R)
  else
    mas[x,y] := 0;
end;

```

У наведених вище процедурах використовуються наступні змінні:

i, j – змінні циклу;

x, y – розміри зображення, відповідно ширина та висота;

L – довжина сліду розмиття;

R – радіус розфокусування;

mas – змінна типу `matrix`, за її допомогою у процедуру передається масив, який потрібно обчислити.

Крім того, використовується константа $Pi = 3.1415$, оголошена у розділі опису типів та констант.

Тип `matrix` оголошений у розділі оголошення типів та констант як `matrix = array of array of byte`.

3.3.3 Перетворення Фур'є

Відповідно до формули (2.15) для відновлення спотвореного зображення потрібно використовувати пряме та зворотне перетворення Фур'є. Відповідна процедура у програмному продукті називається `FourierTransform(arr mas, arr ftmas, integer vl, integer ft)`:

```

procedure FourierTransform (var mas, ftmas: arr; vl, ft: integer);
var

```

```

i, j, k, n, m, mmax, istp: integer;
tmp, tmp2, tmpw, theta: real;
wpr, wpi, wr, wi: real;
masvl: arr;
begin
  n := vl * 2; SetLength(masvl, n);
  for i := 0 to vl-1 do begin
    j := i * 2; masvl[j] := 0; masvl[j+1]:= mas[i];
  end;
  i := 1; j:= 1;
  while i < n do begin
    if j > i then begin
      tmp:= masvl[i]; masvl[i]:= masvl[j]; masvl[j]:= tmp;
      tmp:= masvl[i+1]; masvl[i+1]:= masvl[j+1]; masvl[j+1]:= tmp;
    end;
    i:= i + 2; m:= vl;
    while (m >= 2) and (j > m) do begin
      j:= j - m; m:= m div 2;
    end;
    j:= j + m;
  end;
  mmax:= 2;
  while n > mmax do begin
    theta:= -pi_2 / mmax; wpi:= Sin(theta);
    tmpw:= Sin(theta / 2); wpr:= tmpw * tmpw * 2;
    istp:= mmax * 2; wr:= 1; wi:= 0; m:= 1;
    while m < mmax do begin
      i:= m; m:= m + 2; tmp:= wr; tmp2:= wi;
      wr:= wr - tmp * wpr - tmp2 * wpi;
    end;
  end;
end;

```

```

wi:= wi + tmp * wpi - tmp2 * wpr;
while i < n do begin
  j:= i + mmax;
  tmp:= wr * masvl[j] - wi * masvl[j-1];
  tmp2:= wi * masvl[j] + wr * masvl[j-1];
  masvl[j]:= masvl[i] - tmp; masvl[j-1]:= masvl[i-1] - tmp2;
  masvl[i]:= masvl[i] + tmp; masvl[i-1]:= masvl[i-1] + tmp2;
  i:= i + istp;
end;
end;
mmax:= istp;
end;
for i:= 1 to ft-1 do begin
  j:= i * 2; ftmas[ft - i - 1]:= Sqrt(Sqr(masvl[j]) + Sqr(masvl[j+1]));
end;
SetLength(masvl, 0);
end;

```

Дана процедура приймає такі параметри:

а) mas – змінна типу arr, масив значень, для яких потрібно виконати перетворення Фур'є;

б) ftmas – масив для результатів перетворення;

в) vl – довжина вхідного масиву даних;

г) ft – довжина вихідного масиву.

Тип arr описаний у розділі опису типів та констант як `arr = array of byte`.

Також у процедурі використовуються деякі додаткові змінні для коректної роботи перетворення Фур'є.

Так як формула (2.15) передбачає двовимірне перетворення Фур'є, то для того, щоб здійснити таке перетворення процедура `FourierTransform` викликається спочатку для рядків матриці, а потім для стовпців.

3.3.4 Збереження отриманого зображення у новий файл *.bmp

Для збереження результатів відновлення зображення у новий файл з розширенням *.bmp використовується процедура `SaveToBmp(matrix masr, matrix masg, matrix masb, string filename):`

```

procedure SaveToBmp(masr, masg, masb: matrix, filename: string)
var
  BmpImage: TBitmap;
  i, j: integer;
begin
  BmpImage := TBitmap.Create;
  try
    with BmpImage do
      begin
        for i := 0 to x do
          for j := 0 to y do
            begin
              Canvas.Pixels[x,y].r := masr[i,j];
              Canvas.Pixels[x,y].g := masg[i,j];
              Canvas.Pixels[x,y].b := masb[i,j];
            end;
          BmpImage.SaveToFile('c:\' + filename, now) + '.bmp');
        finally

```

```
        BmpImage.Free;  
    end;  
end;
```

Дана функція приймає такі аргументи:

- а) `masr`, `masg`, `masb` – змінні типу `matrix`, в яких зберігаються дані про відповідно червону, зелену та синю складові зображення;
- б) `filename` – змінна типу `string`, яка використовується для передачі у процедуру імені файлу, в який зберігається зображення.

3.4 Інструкція для користувача

Для початку роботи з програмою потрібно запустити файл `restore.exe`. На екрані повинне з'явитися головне вікно програми (рис. 3.1).

Для відновлення зображення потрібно скористатися головним меню програми. Спочатку за допомогою команди меню Файл–Відкрити потрібно вибрати спотворене зображення. З'явиться діалог вибору файлу. Після вибору потрібного файлу на робочому полі з'явиться вибране зображення.

Потім, залежно від виду спотворення, потрібно вибрати одну з команд Відновлення–`Deblur` або Відновлення–`Defocus`. В результаті виконання таких дій на екрані з'явиться вікно з параметрами відновлення (рис. 3.2 – для розмитих зображень, рис. 3.3 – для розфокусованих зображень).

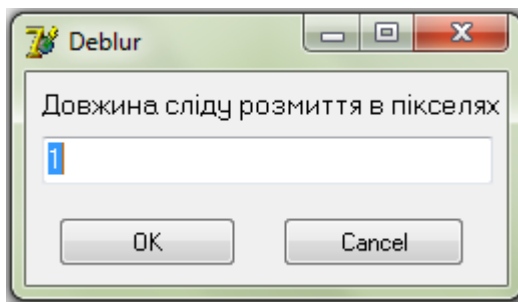


Рисунок 3.2 – Вікно з параметрами відновлення для типу спотворення «розмиття»

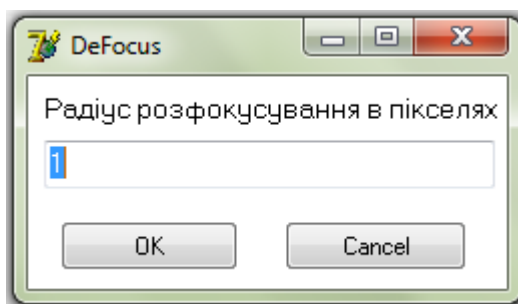


Рисунок 3.3 – Вікно з параметрами відновлення для типу спотворення «розфокусування»

Ввівши необхідні параметри та натиснувши ОК, користувач на робочому полі бачить результат відновлення зображення з введеними параметрами. Якщо результат не відповідає потрібним якостям, то можна повернути зображення до попереднього стану за допомогою команди меню Файл–Повернутися.

Якщо результат задовольняє користувача, отримане зображення можна зберегти у новий файл. Для цього потрібно застосувати команду меню Файл–Зберегти. З'явиться діалог зберігання, в якому потрібно обрати шлях та назву файлу.

3.5 Тестування програмного продукту

Для перевірки якості відновлення зображення було розроблено ряд тестових зображень, розмитих та розфокусованих з різними параметрами.

В результаті експериментів отримано наступні результати:

а) випадок 1 – вертикальні прямі:

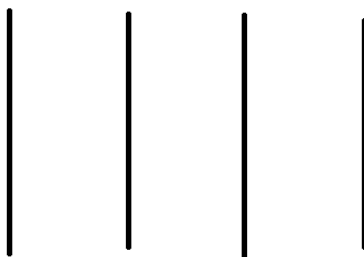


Рисунок 3.4 – Вихідне зображення



Рисунок 3.5 – Розмите зображення

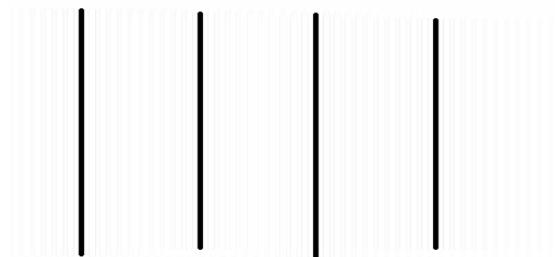


Рисунок 3.6 – Відновлене зображення ($L = 10$)



Рисунок 3.7 – Розфокусоване зображення

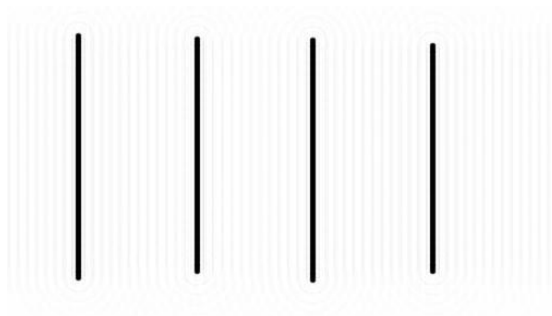


Рисунок 3.8 – Відновлене зображення ($R = 5$)



Рисунок 3.9 – Розмите та розфокусоване зображення



Рисунок 3.10 – Відновлене зображення ($L = 3, R = 3$)

Після проведення експериментів із зображенням «вертикальні прямі», проаналізувавши отримані результати відновлення відносно вихідного файлу отримаємо наступні дані (проведено 20 експериментів кожного типу):

Таблиця 3.1 – Результати порівняння вихідного та відновленого зображення для випадку 1

Вид розмиття	Середня оцінка подібності зображень, %
Розмиття	97,7
Розфокусування	95,5
Розфокусування та розмиття	95,8

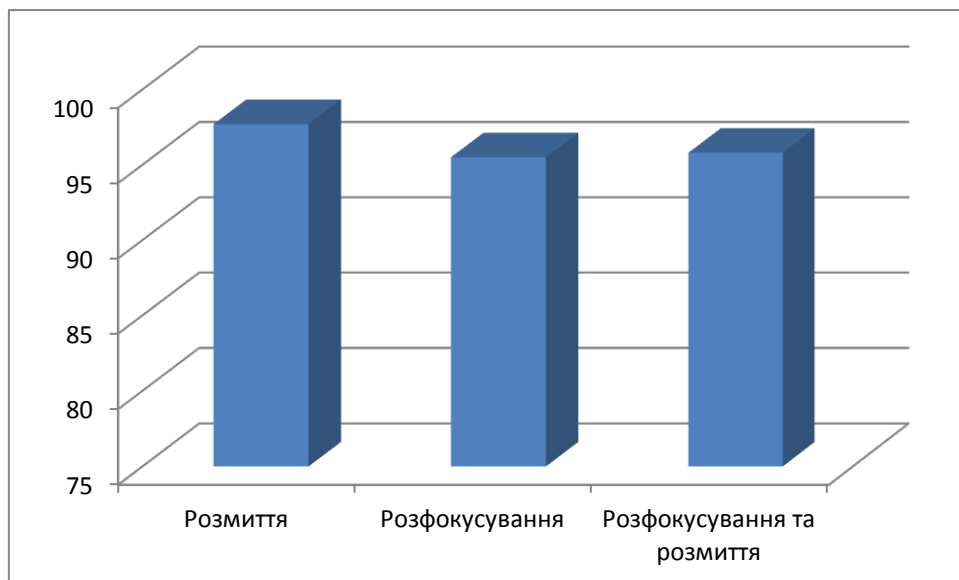


Рисунок 3.11 – Середня оцінка подібності зображень у випадку 1

У результаті даного експерименту спостерігається якісне відновлення зображення при спотворенні розмиттям чи розфокусуванням та при спотворенні двох типів одночасно;

б) випадок 2 – горизонтальні прями:

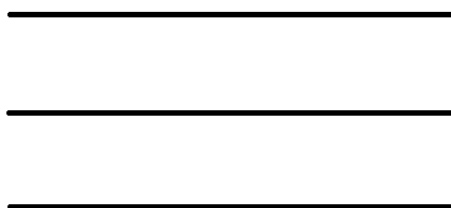


Рисунок 3.12 – Вихідне зображення



Рисунок 3.13 – Розмите зображення



Рисунок 3.14 – Відновлене зображення ($L = 8$)



Рисунок 3.15 – Розфокусоване зображення



Рисунок 3.16 – Відновлене зображення ($R = 6$)

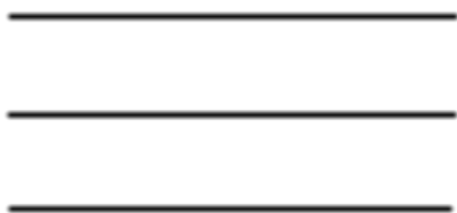


Рисунок 3.17 – Розмите та розфокусоване зображення

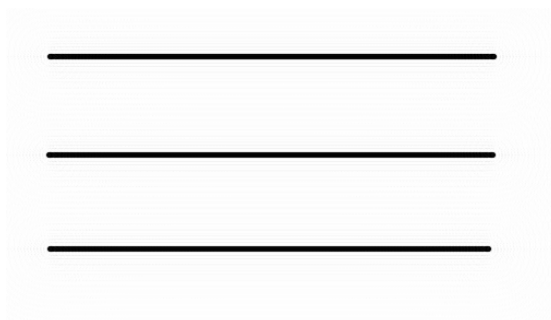


Рисунок 3.18 – Відновлене зображення ($L = 2, R = 3$)

Після проведення експериментів із зображенням «горизонтальні прямі», проаналізувавши отримані результати відновлення відносно вихідного файлу отримаємо наступні дані (проведено 20 експериментів кожного типу):

Таблиця 3.2 – Результати порівняння вихідного та відновленого зображення для випадку 2

Вид розмиття	Середня оцінка подібності зображень, %
Розмиття	99,4
Розфокусування	95,4
Розфокусування та розмиття	96,8

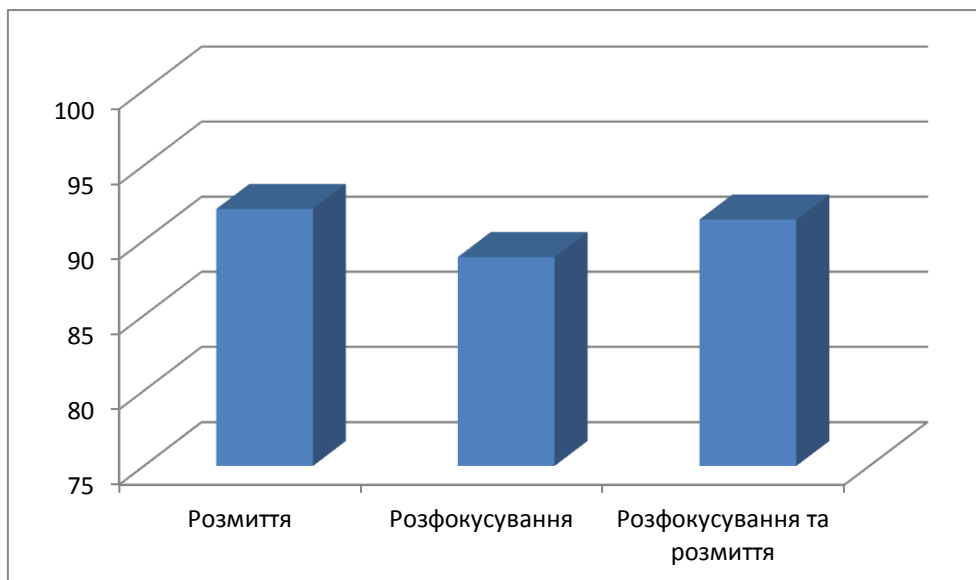


Рисунок 3.19 – Середня оцінка подібності зображень у випадку 2

У результаті даного експерименту спостерігається якісне відновлення зображення при спотворенні розмиттям чи розфокусуванням та при спотворенні двох типів одночасно;

в) випадок 3 – крива:

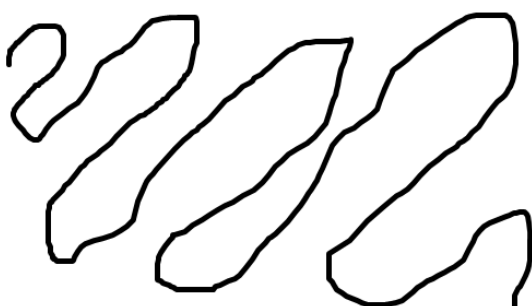


Рисунок 3.20 – Вихідне зображення

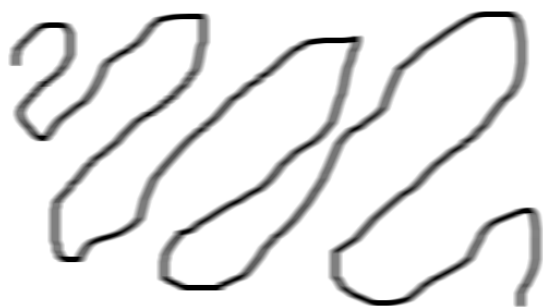


Рисунок 3.21 – Розмите зображення

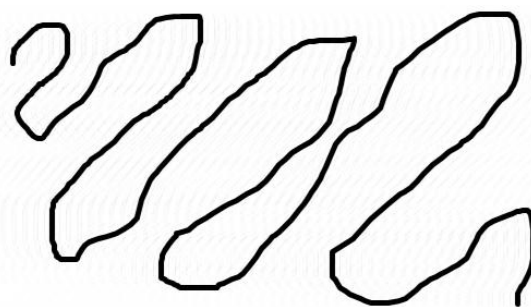


Рисунок 3.22 – Відновлене зображення ($L = 9$)

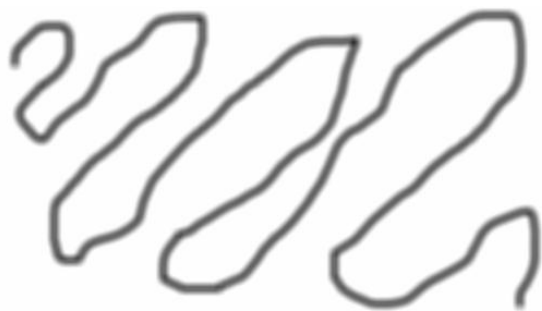


Рисунок 3.23 – Розфокусоване зображення

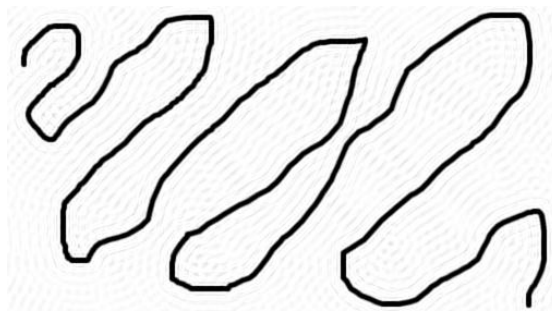


Рисунок 3.24 – Відновлене зображення ($R = 4$)

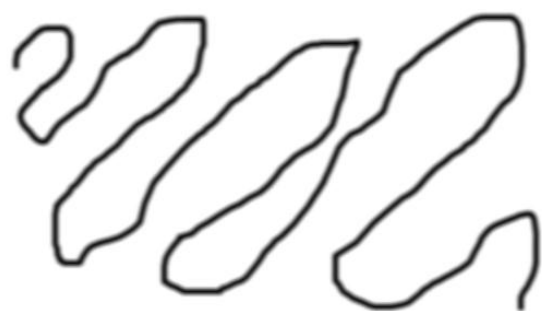


Рисунок 3.25 – Розмите та розфокусоване зображення

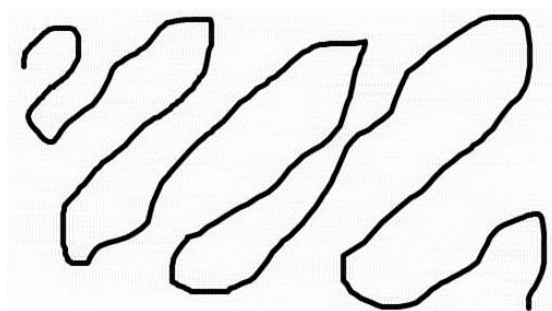


Рисунок 3.26 – Відновлене зображення ($L = 2, R = 4$)

Після проведення експериментів із зображенням «крива», проаналізувавши отримані результати відновлення відносно вихідного файлу отримаємо наступні дані (проведено 20 експериментів кожного типу):

Таблиця 3.3 – Результати порівняння вихідного та відновленого зображення для випадку 3

Вид розмиття	Середня оцінка подібності зображень, %
Розмиття	98,1
Розфокусування	94,2
Розфокусування та розмиття	96,3

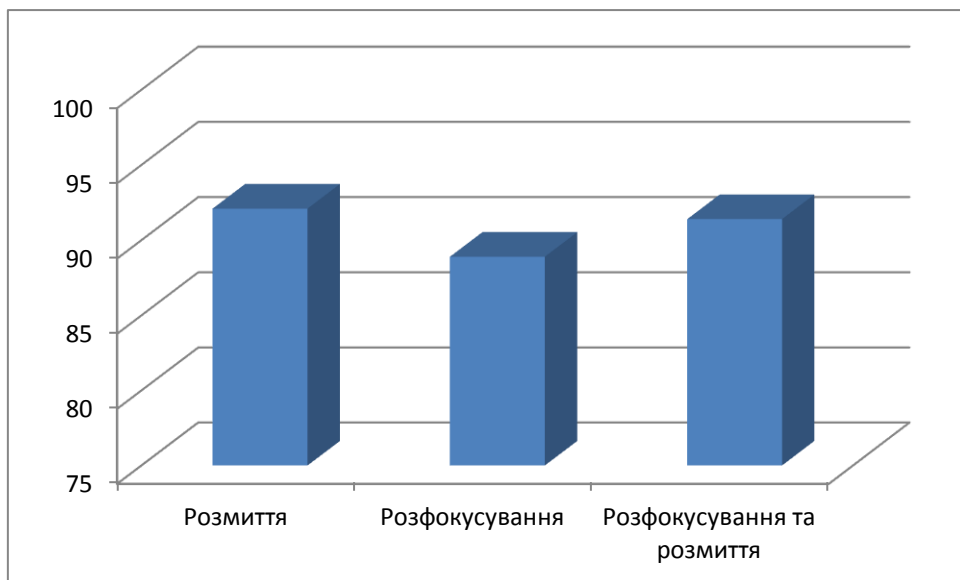


Рисунок 3.27 – Середня оцінка подібності зображень у випадку 3

У результаті даного експерименту спостерігається якісне відновлення зображення при спотворенні розмиттям чи розфокусуванням та при спотворенні двох типів одночасно;

г) випадок 4 – кольорове зображення:

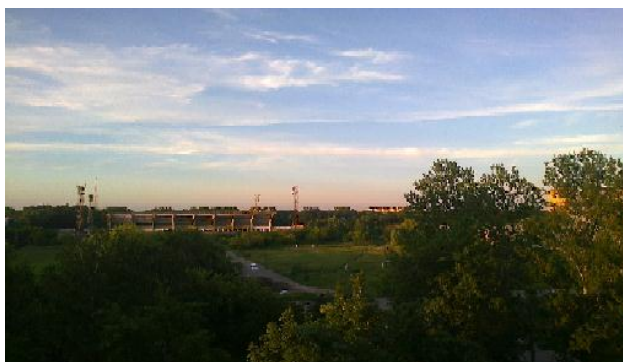


Рисунок 3.28 – Вихідне зображення

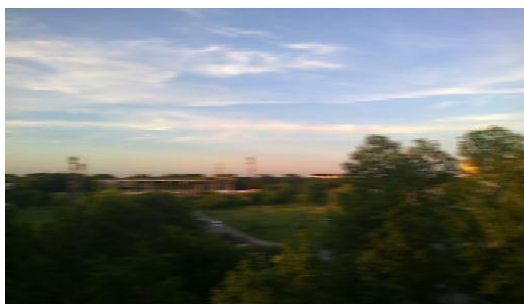


Рисунок 3.29 – Розмите зображення

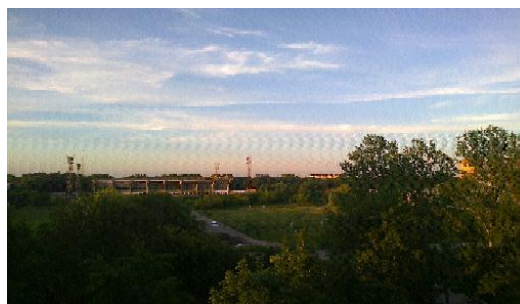


Рисунок 3.30 – Відновлене зображення ($L = 10$)

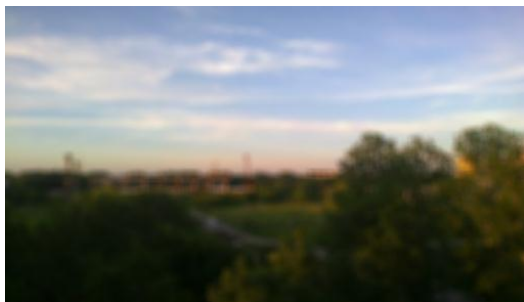


Рисунок 3.31 – Розфокусоване зображення



Рисунок 3.32 – Відновлене зображення ($R = 5$)

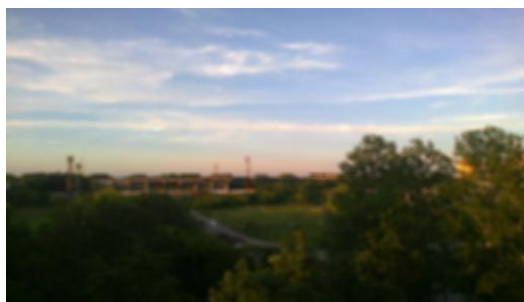


Рисунок 3.33 – Розмите та розфокусоване зображення

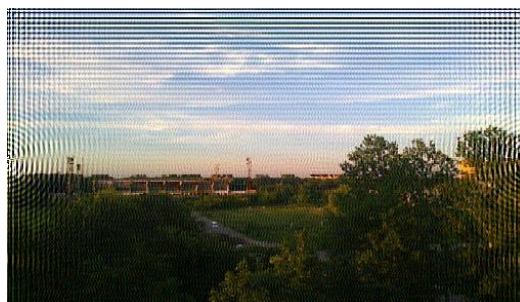


Рисунок 3.34 – Відновлене зображення ($L = 3, R = 3$)

Після проведення експериментів із зображенням «крива», проаналізувавши отримані результати відновлення відносно вихідного файлу отримуємо наступні дані (проведено 20 експериментів кожного типу):

Таблиця 3.4 – Результати порівняння вихідного та відновленого зображення для випадку 4

Вид розмиття	Середня оцінка подібності зображень, %
Розмиття	92,1
Розфокусування	88,9
Розфокусування та розмиття	91,4

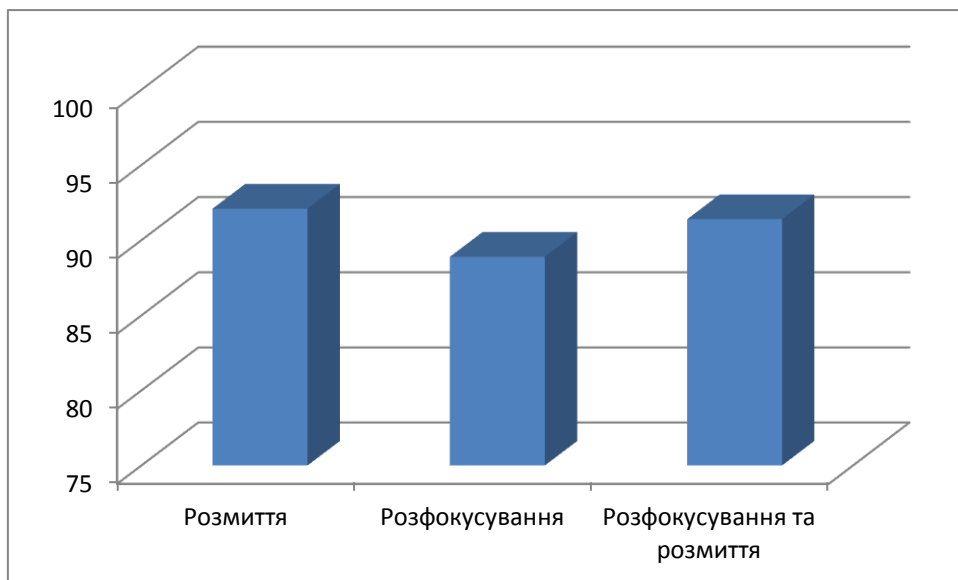


Рисунок 3.35 – Середня оцінка подібності зображень у випадку 4

У результаті даного експерименту спостерігається якісне відновлення зображення при спотворенні розмиттям чи розфокусуванням та при спотворенні двох типів одночасно.

З проведених експериментів можна зробити висновок: за допомогою створеного програмного продукту можна відновлювати різні зображення з різними видами спотворення, досягаючи при цьому потрібних результатів. Підбираючи параметри для різних видів спотворення можна досягти потрібного рівня відновлення.

Також з проведених дослідів випливає, що найлегше піддається відновленню спотворення типу «розмиття» – вдалося досягнути відмінних результатів у всіх експериментах.

Найважчим для відновлення є спотворення двох типів одночасно, адже розрахунок ядра спотворення у цьому випадку має високу ймовірність похибки (за рахунок множення двох ядер).

ВИСНОВКИ

При вирішенні задач відновлення зображень, що описуються рівнянням згортки, алгоритми відновлення можна розділити на три групи: алгоритми розв'язку системи алгебраїчних рівнянь, алгоритми фільтрації зображень в частотній області та ітераційні алгоритми.

Відповідно до мети та завдань магістерського дослідження проведено порівняння різних методів відновлення зображень, причому встановлено:

а) для алгебраїчних методів можна знайти лише наближений розв'язок, який визначається з умови мінімуму норми похибки. Основним недоліком алгебраїчних алгоритмів є необхідність виконання трудомістких операцій обернення, множення і транспонування матриць великих розмірів;

б) метод інверсної фільтрації може використовуватися для відновлення обмеженого класу зображень, у яких рівень фону на краях постійний. Крім того, метод інверсної фільтрації володіє низькою завадостійкістю;

в) фільтр Вінера має високу завадостійкість і у ньому відсутні сингулярності, обумовлені нулями передавальної функції формуючої системи. Недоліком є наявність краєвих ефектів, які виявляються у вигляді осцилюючої завади, що маскує відновлене зображення.

Основні результати дослідження можна сформулювати так:

а) проведено аналіз існуючих методів відновлення зображень, проаналізовано недоліки та переваги кожного з них;

б) відповідно до поставленої задачі було розроблено та впроваджено метод відновлення розмитих та розфокусованих зображень на основі двовимірного дискретного перетворення Фур'є.

При застосуванні запропонованого методу відновлення зображень параметри підбираються вручну, а не автоматично системою, що спрощує роботу з програмним продуктом. Крім того, таким чином зменшується ризик похибки, яка може виникнути при автоматичному розрахунку параметрів сповторення. Метод має високу завадостійкість, а недоліком є наявність невеликих крайових ефектів;

в) створено програмний продукт на основі розробленого методу та проведено його тестування. Виявлено основні переваги (низький рівень затрат часу та пам'яті обчислювальної системи, якісне відновлення зображень) та недоліки (наявність незначних крайових ефектів).

Для тестування програмного продукту було розроблено ряд тестових завдань. Після апробації програми було виявлено, що найкраще піддається відновленню спотворення типу «розмиття». Це зумовлено тим, що у такому випадку для розрахунку ядра спотворення використовується проста формула, за якою легко провести необхідні обчислення.

З точки зору математики найскладнішим виявилось спотворення обох типів одночасно, адже у цьому випадку для розрахунку ядра спотворення потрібно обчислювати добуток ядер для кожного з типів спотворення окремо. Але в результаті тестування програмного продукту було виявлено, що найгірше піддається обробка спотворення розфокусуванням.

Подальший розвиток дослідження варто будувати на тому, щоб отримати параметри спотворення безпосередньо із зображення, в той час як на даний момент введення параметрів відбувається вручну.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ ТА ЛІТЕРАТУРИ

Основна література

1. Борн М., Вольф Э. Основы оптики.- М.: Наука, 1970.
2. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Кн.1. - М.: Мир, 1982.
3. Беллман Р. Введение в теорию матриц. / Пер. С англ.; Под ред. В.Б. Лидского . - М.: Наука, 1976.
4. Реконструкция изображений: Пер. с англ. / Под ред. Г.Старка. - М.: Мир, 1992.
5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. Кн.2. - М.: Мир, 1982.
6. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. - М.: Радио и связь, 1986.
7. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978.
8. Бейтс Р., Мак-Донелл М. Восстановление и реконструкция изображений. - М.: Мир, 1989.
9. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. - М.: Мир, 1989.
10. Грузман И.С. Компенсация краевых эффектов при коррекции линейных искажений изображений // Автометрия. -1995.- № 2.
11. Бьемон Ж., Лагендейк Л., Мерсеро Р.М. Итерационные методы улучшения изображений // ТИИЭР.-1990.-№5.

Допоміжна література

1. Даджион Д., Мерсеро Р. Цифровая обработка многомерных сигналов. - М.: Мир, 1988.
2. Грузман И.С., Микерин В.И., Спектор А.А. Двухэтапная фильтрация изображений на основе использования ограниченных данных //Радиотехника и электроника, 1995, №5.
3. Грузман И.С. Двухэтапная фильтрация бинарных изображений //Автометрия, 1999, №3.
4. Che-Yen Wen, Chien-Hsiung Lee. Point spread functions and their applications to forensic image restoration. Forensic Science Journal 2002; 1:15-26
5. Richardson W. H. Bayesian-Based Iterative Method of Image Restoration. Journal of the Optical Society of America, volume 62, number 1, January 1972
6. Fabian R. Malah D. Robust Identification of Motion and Out-of-Focus Blur Parameters from Blurred and Noisy Images. CVGIP: Graphical Models and Image Processing
7. Qi Shan, Jiaya Jia, Aseem Agarwala. High-quality Motion Deblurring from a Single Image. ACM SIGGRAPH conference proceedings