

## Практическая часть.

**Задача 4.** Динамика импорта нефтепродуктов в регионе характеризуется следующими данными:

Таблица 4.1 - Исходные данные

Год	2002	2003	2004	2005	2006
Количество, тыс. шт	29	33	38	43	47

Определите: а) абсолютные приросты, темпы роста и прироста по годам и к 2002 г., а также абсолютное содержание одного процента прироста.

Полученные показатели представьте в виде таблицы;

б) среднегодовой объем производства кирпича;

в) среднегодовой абсолютный прирост импорта нефтепродуктов и среднегодовые темпы роста и прироста. Изобразите графически динамику импорта нефтепродуктов и сделайте выводы.

### Решение.

а) Абсолютный прирост по годам равен:

– для цепочной характеристики динамики

$$\Delta t = Y_t - Y_{t-1} \quad (4.1)$$

где  $Y_t$  – значение показателя в t-м году;

$Y_{t-1}$  – значение показателя в году, предшествующему t-му году.

– для базисной характеристики динамики

$$\Delta t = Y_t - Y_0 \quad (4.2)$$

где  $Y_0$  – значение показателя в базисном году;

В нашем случае базисным является 2002 год.

Абсолютный прирост отражает абсолютную скорость изменения уровней ряда за определенный интервал времени.

Следующим показателем является темп роста ( $K_t$ ), показывающий во сколько раз уровень данного периода превышает уровень базисного периода.

Темп роста для цепочной и базисной характеристик равен:

– для цепочной характеристики динамики

$$K_t = Y_t / Y_{t-1} * 100\% \quad (4.3)$$

где  $Y_t$  – значение показателя в t-м году;

$Y_{t-1}$  – значение показателя в году, предшествующему t-му году.

– для базисной характеристики динамики

$$\Delta t = Y_t / Y_0 * 100\% \quad (4.4)$$

где  $Y_0$  – значение показателя в базисном году;

Темп прироста ( $T_t$ ) – отношение абсолютного прироста к уровню, принятому за базу. Темп прироста, как и абсолютный прирост, может быть и положительным и отрицательным.

Темп прироста определяется по формуле:

$$T_t = (K_t - 100) * 100\% \quad (4.5)$$

Абсолютный размер 1% прироста – отношение абсолютного прироста, выраженного в процентах. Он показывает, какое содержание имеется в 1% прироста, насколько весом 1%. Абсолютное значение 1% прироста соответственно для цепочной и базисной характеристик динамики равно:

$$Y_t = \Delta t / T = Y_{t-1} / 100 \quad (4.6)$$

Для всех t одинаковый.

Рассчитываем показатели по вышеизложенным формулам, результаты заносим в таблицу 4.2

Таблица 4.2 – Показатели импорта нефтепродуктов в регионе за 2002-2006

Год	Кол-во, млн.шт	Абсолютный прирост, млн. шт		Темп роста, %		Темп прироста, %		Абсолютное содержание 1%	
		базисн.	цепочн.	базисн.	цепочн.	базисн.	цепочн.	базисн.	цепочн.
2002	29	-	-	-	-	-	-	-	-
2003	33	4	4	113,8	113,8	13,8	13,8	0,29	0,29
2004	38	9	5	131,0	115,2	31,0	15,2	0,29	0,33
2005	43	14	5	148,3	113,2	48,3	13,2	0,29	0,38
2006	47	18	4	162,1	109,3	62,1	9,3	0,29	0,43

б) Среднегодовой объем кирпича ( $Y_{cp}$ ) равен

$$Y_{cp} = \Sigma Y/n \quad (4.7.)$$

Подставляя данные в формулу 4.7, получим

$$Y_{cp} = (29+33+38+43+47)/5 = 38 \text{ тыс. т}$$

Таким образом, среднегодовой объем импорта нефтепродуктов равен 38 тыс.т

в) Среднегодовой абсолютный прирост импорта нефти ( $\Delta t_{cp}$ ) равен

$$\Delta t_{cp} = (Y_t - Y_0)/n \quad (4.8)$$

где  $Y_0$  – значение показателя в базисном году

$n$  – количество лет

$Y_t$  – значение показателя в  $t$ -м году

$$\Delta t_{cp} = (47-29)/5 = 3,6 \text{ тыс.т}$$

Получаем, что в среднем за год прирост импорта нефтепродуктов составил 3,6 тыс.т.

Определим среднегодовой темп роста по формуле:

$$K_{cp} = \sqrt[n]{P_k} = \sqrt[n]{Y_t/Y_0} \quad (4.9.)$$

$$K_{cp} = \sqrt[5]{47/29} = 1,105$$

Среднегодовой темп прироста находится аналогично среднему темпу роста

$$T_{t_{cp}} = 1,105 - 1 = 0,105 = 10,5\%$$

Изобразим графически динамику импорта нефтепродуктов, а также кривую прогнозируемых значений при помощи скользящей средней.

Таблица 4.3 – Разработка прогноза с использованием метода скользящей средней

Период	Данные	Скользящее среднее значение
2002	29	
2003	33	
2004	38	31
2005	43	35,5
2006	47	40,5
1997		45

Расчет скользящего среднего значения производится по формуле:

$$X_{\text{срск}} = (X_i + X_{i+1})/2 \quad (4.10)$$

где  $X_i$  – количество импортируемых нефтепродуктов на конец  $I$ -го года, тыс. т

$X_{\text{срск}}$  – скользящее среднее значение количества импортируемых нефтепродуктов на конец года  $I$ -го периода, тыс. т

Результаты расчетов заносим в таблицу 4.3.

Далее построим график, показывающий кривую фактических значений производства кирпича на конец года и кривую прогнозируемых значений с помощью метода скользящей средней.

**Выводы:** Проанализировав график 4.1, можно сказать, что наблюдается тенденция ежегодного увеличения объема импорта нефтепродуктов. Об этом говорит и расчеты таких показателей, как абсолютный прирост – ежегодно он увеличивается, темп роста и прироста. Причем количество

импортируемого продукта за период 2002-2006 г.г. выросло более, чем наполовину (62,1%)

**Задача5.** Количество браков, зарегистрированных в области на начало месяца во втором и третьем кварталах составило

Таблица 5.1 – Исходные данные

Дата	01.04	01.05	01.06	01.07	01.08	01.09	01.10
------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Численность работников, чел	336	380	328	406	434	446	488
--------------------------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Определите: а) среднемесечное количество зарегистрированных браков за 2 квартал;

б) среднемесечное количество зарегистрированных браков за 3 квартал;

в) среднемесечное количество зарегистрированных браков за 2 и 3 квартал;

Обоснуйте методы расчета средних уровней рядов динамики в задачах 4 и 5.

#### Решение

а) Определим среднемесечное количество зарегистрированных браков за 2 квартал;

$$Y^{1кв} = (U_{ср.янв} + U_{ср.февр} + U_{ср.март})/3 = (61+64+70)/3 = 65 \text{ человек}$$

Обозначив численность на 1 января через  $y_1$ , на 1 февраля – через  $y_2$ , на 1 марта – через  $y_3$ , на 1 апреля – через  $y_4$ , предыдущую формулу можно представить в виде:

$$Y^{2кв} = (1/2y_1 + y_2 + y_3 + 1/2y_4)/3 \quad (5.1)$$

$$Y^{1кв} = (1/2*336 + 380 + 328 + 1/2*406)/3 = 359,67$$

Аналогично по формуле 5.2 рассчитаем среднемесечное количество зарегистрированных браков за 3 квартал;

$$Y^{3кв} = (1/2*406+434+446+1/2*488)/3 = 442,33$$

б) среднемесечное количество зарегистрированных браков за 2 и квартал квартал;

$$U_{полуг} = (336/2+380+328+406+434+446+488/2) = 401$$

В задаче №4 мы имели дело с расчетом интервального ряда. В задаче №5 имеет место расчет моментного ряда. Средний уровень моментного ряда подсчитать значительно сложнее, уровни ряда относятся здесь не к определенным промежуткам времени, а к моментам его, не связанным с длительностью периода.

**Задача 7.** Динамика товарооборота магазина табачных изделий характеризуется следующими данными:

Таблица 7.1 - Товарооборот магазина

Товарная группа	Продано товаров в фактических ценах, тыс. грн		Средние изменения цен в текущем периоде по сравнению с базисным, %
	Базисный период	Текущий период	
Сигареты с фильтром	1,5	1,8	-3
Сигареты без фильтра	1,7	2,0	+2

Определите: а) общий индекс товарооборота в фактических ценах;

б) общий индекс цен и сумму экономии (перерасхода) средств населения от изменения цен;

в) общий индекс физического объема товарооборота, используя взаимосвязь индексов. Проанализируйте полученные результаты и сделайте выводы.

Решение.

а) Определим общий индекс товарооборота

$$I_{qr} = \frac{\sum q_1 * p_1}{\sum q_0 * p_0} \quad (7.1)$$

где  $\sum q_1 * p_1$  - товарооборот в текущем периоде

$\sum q_0 * p_0$  – товарооборот в базисном периоде

$$I_{qr} = (1,8+2,0)/(1,5+1,7) = 3,8/3,2=1,1872 \text{ или } 118,72\%$$

б) общий индекс цен

$$I_p = \frac{\sum q_1 * p_1}{\sum q_1 * p_0} \quad (7.2)$$

$$I_p = (1,8+2,0)/(1,8*1,03+2,0/1,02) = 3,8/(1,85+1,96)=0,9974$$

в) общий индекс физического товарооборота

$$I_q = I_{qr} / I_p \quad (7.3)$$

$$I_q = 1,1872/0,9974=1,1903$$

Исчисленные данные показывают то, что на общее изменение товарооборота, составившие +18,72% (1,1872), количество проданных товаров повлияло в сторону увеличения на 19,03%, цены почти не оказали влияния (-0,01%)

**Задача 8.** По данным таблицы 8.1 определить тесноту связи между часовой з/п рабочих машиностроительного предприятия (результативны



признак) и стажем их работы (факторный признак) при помощи корреляционного отношения. Сделайте соответствующие выводы.

Таблица 8.1 – Данные о рабочих одной профессии предприятия машиностроения

№ п/п	Стаж работы, лет (X)	Среднечасовая выработка, грн (Y)
1	10,4	1,5
2	5,0	1,2
3	20,2	1,9
4	4,3	1,2
5	15,5	1,7
6	28,1	2,2
7	16,2	1,8
8	2,0	1,0
9	21,7	1,9
10	17,0	1,7
11	25,8	2,2
12	13,0	1,5
13	3,6	1,1
14	32,0	2,2
15	23,4	2,0
16	6,5	1,2
17	11,0	1,6
18	7,3	1,3
19	27,7	2,1
20	9,2	1,4

#### Решение

Влияние  $x$  на  $y$  определяется параметром  $b$  из уравнения связи.

$$U_{cp} = a + b \cdot x \quad (8.1)$$

где  $a$  и  $b$  – коэффициенты уравнения регрессии

Нахождение параметров  $a$  и  $b$  производится на основе выравнивания по способу наименьших квадратов, которое приводит к системе двух линейных уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{aligned} na + b \sum x &= \sum y \\ a \sum x + b \sum x^2 &= \sum x \cdot y \end{aligned} \quad (8.2)$$

Расчет параметров для вычисления а и б занесем в таблицу 8.2

Таблица 8.2 - Расчет параметров для вычисления а и б

№ п/п	X	Y	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	X*Y	Y <sub>ср</sub> = a + b*x
1	10,4	1,5	108,16	2,25	15,60	1,0287
2	5,0	1,2	25,00	1,44	6,00	1,0701
3	20,2	1,9	408,04	3,61	38,38	1,1115
4	4,3	1,2	18,49	1,44	5,16	1,1529
5	15,5	1,7	240,25	2,89	26,35	1,1943
6	28,1	2,2	789,61	4,84	61,82	1,2357
7	16,2	1,8	262,44	3,24	29,16	1,2771
8	2,0	1,0	4,00	1,00	2,00	1,3185
9	21,7	1,9	470,89	3,61	41,23	1,3599
10	17,0	1,7	289,00	2,89	28,90	1,4013
11	25,8	2,2	665,64	4,84	56,76	1,4427
12	13,0	1,5	169,00	2,25	19,50	1,4841
13	3,6	1,1	12,96	1,21	3,96	1,5255
14	32,0	2,2	1024,00	4,84	70,40	1,5669
15	23,4	2,0	547,56	4,00	46,80	1,6083
16	6,5	1,2	42,25	1,44	7,80	1,6497
17	11,0	1,6	121,00	2,56	17,60	1,6911
18	7,3	1,3	53,29	1,69	9,49	1,7325
19	27,7	2,1	767,29	4,41	58,17	1,7739
20	9,2	1,4	84,64	1,96	12,88	1,8153
<b>Всего</b>	<b>299,9</b>	<b>32,7</b>	<b>6103,51</b>	<b>56,41</b>	<b>557,96</b>	<b>28,44</b>

Параметры а и б находим по уравнениям

$$a = (\sum x^2 * \sum y - \sum xy * \sum x) / (n * \sum x^2 - \sum x * \sum x) \quad (8.3)$$

$$b = (n * \sum xy - \sum y * \sum x) / (n * \sum x^2 - \sum x * \sum x) \quad (8.4)$$

$$a = (32,7*6103,51-557,96*299,9)/(20*6103,51-299*299) = (200585-167332)/(122070-89401) = 32253/32669 = 0,9873$$

$$b = (20*557,96-32,7*299,9)/(20*6103,51-299*299) = (11159-9807)/(32669) = 0,0414$$

Следовательно, уравнение связи имеет вид  $U_{ср} = 0,9873 + 0,0414*x$

Данное уравнение означает, что с увеличением стажа на один год выработка увеличивается в среднем на 4,14 копеек.

Подставив в это уравнение конкретные значения  $x$ , находим для всех 20 рабочих  $u_{ср}$ , т.е. теоретические значения среднечасовой выработки (см. таблицу 8.2). Заметно, что теоретические и эмпирические уровни среднечасовой выработки отличаются на 4,26 грн. (32,7-28,44).

Изобразим эмпирические и теоретические данные по 20 рабочим на графике

Мерой тесноты связи в корреляционно-регрессионном анализе является коэффициент детерминации ( $R^2$ ).

$$R^2 = \sigma^2_{\gamma} / \sigma^2_y \quad (8.5)$$

где  $\sigma^2_y$  – общая дисперсия;

$\sigma^2_{\gamma}$  – факторная дисперсия

$$\sigma^2_y = \Sigma Y^2 / n - (\Sigma Y / n)^2 \quad (8.6)$$

$$\sigma^2_y = 56,41/20 - 2,6732 = 0,1473$$

$$\sigma^2_{\gamma} = 1/n(a \Sigma Y + b \Sigma X * Y) - (Y_{cp})^2 \quad (8.7)$$

$$\sigma^2_{\gamma} = 1/20(0,9873 * 32,7 + 0,0414 * 557,96) - 2,6732 = 0,0958$$

$$R^2 = 0,0958 / 0,1473 = 0,6504$$

Из расчета видно коэффициента детерминации видно, что существует довольно таки тесная прямая связь между стажем работы и среднечасовой выработкой

Эмпирическое корреляционное отношение составляет

$$\eta = (0,6504)^{1/2} = 0,790$$

Это говорит о том, что связь между факторным и результативным признаками достаточно тесная.

**Задача 6.** Имеются следующие данные о средних ценах и количестве реализованных товаров в магазине готовой одежды

Таблица 6.1 Исходные данные

Номер завода	Количество реализованного товара, шт		Цена за единицу товара, грн	
	базисный период	текущий период	базисный период	текущий период
Костюмы мужские	40	50	200	180
Костюмы женские	35	20	150	120

Определите: а) индивидуальные индексы цен и количеств для каждой группы товаров;

б) общие индексы цен и физического объема проданных товаров;

в) общий индекс товарооборота в целом по магазину.

Покажите взаимосвязь между общими индексами и сделайте выводы.

#### Решение

А) Индивидуальный индекс товара ( $i_q$ ) равен:

$$i_q = q_1/q_2 \quad (6.1.)$$

где  $q_1$  и  $q_2$  - количество проданного товара в текущем и базисном периоде.

Индивидуальный индекс цен  $i_p$  равен

$$i_p = p_1/p_0 \quad (6.2)$$

Костюмы мужские.

$$I_q = 50/40 = 1,25 \text{ или } 125\%$$

$$i_p = 180/200 = 0,9 \text{ или } 90\%$$

Костюмы женские

$$i_q = 20/35 = 0,57 \text{ или } 57\%$$

$$i_p = 120/150 = 0,8 \text{ или } 80\%$$

б) Определим общий индекс физического объема товарооборота

$$I_q = \frac{\sum q_1 * p_0}{\sum q_0 * p_0} \quad (6.3)$$

$$I_q = (50 * 200 + 20 * 150) / (40 * 200 + 35 * 150) = 13000 / 13250 = 0,9811 \text{ или } 98,11\%$$

Общий индекс цен равен

$$I = \frac{\sum q_1 * p_1}{\sum q_1 * p_0} \quad (6.4)$$

$$I_p = (50 * 180 + 20 * 120) / 13000 = 0,8769 \text{ или } 87,69\%$$

В) Общий индекс товарооборота равен

$$I_{qp} = \frac{\sum q_1 * p_1}{\sum q_0 * p_0} \quad (6.5.)$$

$$I_{qp} = 11400/13250 = 0,8604 \text{ или } 86,04\%$$

$$I_{qp} = I_q * I_p \quad (6.6)$$

$$0,8604 = 0,8769 * 0,9811$$

$$0,8604 = 0,8604$$

Можно убедиться, что увязка индексов имеется как в общем, так и по конкретным цифрам.

На общее изменение товарооборота, составившие 13,96% (0,8604), количество проданных товаров повлияло на 12,31% в сторону уменьшения и цены – на 1,89% в сторону уменьшения.