

Нечіткі відображення

Відображення множини X у множину Y назвемо *нечітким*, якщо кожному елементу $x \in X$ воно ставить у відповідність деяку нечітку підмножину множини Y . Описується нечітке відображення функцією належності $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0; 1]$, причому функція $\mu_\varphi(x_0, y)$ для кожного фіксованого елемента: $x = x_0$, являє собою функцію належності нечіткої підмножини в множині Y , яка є образом елемента x_0 при відображенні φ .

Отже, нехай дано нечітке відображення $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0, 1]$ і $\mu_A(x)$ – нечітка підмножина в множині X . Якщо для відшукування образу цієї нечіткої множини при відображенні μ_φ застосувати принцип узагальнення за правилом (4.57), то отримаємо таку сукупність пар:

$$(\mu_\varphi(x, y), \mu_A(x)), \quad x \in X,$$

тут функція $\mu_\varphi(x, y)$ для кожного фіксованого елемента x задає нечітку підмножину множини Y .

У результаті можна зробити висновок, що образ нечіткої множини $\mu_A(x)$ в даному випадку є достатньо складним об'єктом, а саме нечітким підкласом усіх нечітких підмножин множини Y . Отже, виникає потреба ввести, принцип узагальнення в іншій формі.

В и з н а ч е н н я 2.20. Образом B нечіткої множини $A \subset X$ при нечіткому відображенні $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0, 1]$ називається нечітка підмножина множини Y , характерна такою функцією належності:

$$\mu_B(y) = \sup_{x \in X} \min \{ \mu_A(x), \mu_\varphi(x, y) \}. \quad (2.2)$$

В основі цього визначення лежить максимінний добуток (композиція) нечітких відношень.

Коли φ – звичайне відображення, тобто $\mu_\varphi(x, y) = 1$, якщо $y = \varphi(x)$, то формула (2.2) перетворюється на (2.1).

У багатьох задачах вихідне нечітке відображення μ_φ залежить від n змінних, тобто має такий вигляд: $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0, 1]$, тут $X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_n$.

Нехай у множині X подано нечітку підмножину μ_A . У загальному випадку функція належності цієї підмножини має такий вигляд:

$$\mu_A(x_1, \dots, x_n) = \min(\mu_1(x_1), \dots, \mu_n(x_n); v(x_1, \dots, x_n)),$$

тут μ_i , $i = 1, \dots, n$ та v – відомі функції належності нечітких підмножин множини X_i , $i = 1, \dots, n$ та X відповідно. Застосовуючи в цьому випадку принцип узагальнення згідно з правилом (2.2), отримуємо таку формулу для функції належності образу нечіткої підмножини μ_A :

$$\mu_B(y) = \sup_{(x_1, \dots, x_n) \in X} \min \{ \mu_1(x_1), \dots, \mu_n(x_n), v(x_1, \dots, x_n), \mu_\varphi(x_1, \dots, x_n, y) \}.$$

Приклад 2.11. Маємо множини: $X = \{x_1, \dots, x_7\}$, $Y = \{y_1, y_2, y_3\}$ і нечітку підмножину A множини X , яку задано таким чином:

$$A = \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \hline 0,5 & 0,8 & 1 & 0 & 0,1 & 0,4 & 1 \end{array}.$$

Крім того задано нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано таблицею:

$$\mu_\varphi = \begin{array}{c|ccc} & y_1 & y_2 & y_3 \\ \hline x_1 & 0,2 & 0,1 & 0 \\ x_2 & 0,4 & 0,8 & 1 \\ x_3 & 1 & 0,1 & 0 \\ x_4 & 0 & 0,5 & 1 \\ x_5 & 0 & 0 & 1 \\ x_6 & 0,3 & 0 & 0,8 \\ x_7 & 0,9 & 0,3 & 0,4 \end{array}.$$

Необхідно визначити образ $B \subset Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

Розв'язування

Будемо застосовувати визначення 2.20. Тоді для обчислення функції належності множини B використаємо максимінний добуток функцій μ_A та μ_φ . Отримані результати подано нижче.

$$(0,5; 0,8; 1; 0; 0,1; 0,4; 1) \cdot \begin{array}{c|ccc} 0,2 & 0,1 & 0 \\ 0,4 & 0,8 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0,3 & 0 & 0,8 \\ 0,9 & 0,3 & 0,4 \end{array} = (1; 0,8; 0,8).$$

$$\text{Таким чином, } B = \begin{array}{c|c|c} y_1 & y_2 & y_3 \\ \hline 1 & 0,8 & 0,8 \end{array}.$$

ТНМ-8

1 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 1 & 0 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0 & 1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,9 & 0,4 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subset Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

2 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,5 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}.$$

ТНМ-8

3 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0,1 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,1 & 0,6 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0,5 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subset Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

4 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,9 & 0,1 & 0,1 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,2 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 0,9 \end{pmatrix}.$$

ТНМ-8

5 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,1 & 0,1 & 0,7 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subset Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

6 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,6 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,9 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 0 \end{pmatrix}.$$

ТНМ-8

7 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 0,9 & 0,8 & 0,4 & 0,3 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,7 & 1 & 0,6 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0,1 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subset Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

8 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,2 & 0,3 & 0 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,5 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,7 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,2 & 0,4 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}.$$

ТНМ-8

9 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_\varphi = \begin{pmatrix} 0,3 & 0,1 & 0,1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,5 & 1 & 0,6 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,7 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,9 & 0,4 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subseteq Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

10 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_\varphi: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0,5 & 0,4 & 0 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,8 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,2 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,6 & 0,3 & 1 \end{pmatrix}.$$

ТНМ-8

11 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_{\varphi}: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0,1 & 0 & 1 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0 & 1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,5 & 0,7 & 0,2 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,9 & 0,4 & 0,3 & 0,4 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subseteq Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

12 варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_{\varphi}: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0,6 & 0,1 & 0,1 & 0 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 0 & 0,5 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,9 & 1 \end{pmatrix}.$$

ТНМ-8

13варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_{\varphi}: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0,1 & 0,5 & 0 \\ 0,5 & 0,8 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,1 & 0,6 \\ 0,8 & 0,5 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0,3 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subseteq Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

14варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_{\varphi}: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,4 & 0,1 & 0,5 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,2 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 0,9 \end{pmatrix}.$$

ТНМ-8

15варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_{\varphi}: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_{\varphi} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,1 & 0,7 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,5 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,4 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Необхідно визначити образ $B \subseteq Y$ множини A при нечіткому відображенні φ .

ТНМ-8

16варіант

Нехай задані множини $X = \{x_i\}_{i=1}^8$ і $Y = \{y_j\}_{j=1}^4$, а також нечітка підмножина $A \subseteq X$.

$$A = \{(0,3 | x_1), (0,5 | x_2), (0,1 | x_3), (0,5 | x_4), (0,8 | x_5), (0,7 | x_6), (0,2 | x_7), (0,3 | x_8)\}$$

Крім того задане нечітке відображення $\varphi: X \rightarrow Y$, функцію належності якого $\mu_{\varphi}: X \times Y \rightarrow [0;1]$ подано матрицею

$$\mu_{\varphi} = \begin{pmatrix} 1 & 0,4 & 0,1 & 0 \\ 0,5 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 1 & 0,1 & 0,4 & 0,8 \\ 0,8 & 1 & 0,1 & 0,2 \\ 0,8 & 1 & 0,7 & 0,6 \\ 0,9 & 0,7 & 0,5 & 1 \\ 0,3 & 0 & 1 & 0,8 \\ 0,5 & 0,4 & 0,3 & 0 \end{pmatrix}.$$