

МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ, ВОЗМУЩЕННОГО ПРОВОДЯЩИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ В ТВЕРДЫХ ДИЭЛЕКТРИКАХ

Исследования особенностей усиления электрического поля гетерогенными микродефектами в диэлектриках проводили такие известные ученые, как А.Ф. Иоффе, Л.Д. Ландау, А.А. Воробьев, Г.И. Сканава, Г.С. Воробьев, В.Я. Ушаков, С.Н. Журков, И.М. Тамм, Дж. Стрэттон, В. Смайт, Э.И. Адирович, В.А. Закревский, А.К. Шидловский, А.А. Щерба, Ю.П. Емец, В.Ф. Резцов, Г.С. Кучинский, А.Д. Подольцев, И.Б. Пешков, М.Ю. Шувалов, Б.Г. Набока, В.П. Ильин, М.М. Резинкина, И.Н. Кучерявая, В.В. Рудаков, В.М. Золотарев, Ю.В. Перетятко [2, 3, 13–33, 44–49, 55, 66–98, 105–108, 167, 174–181, 184, 193, 206, 207].

В приведенных публикациях обосновано, что появление в диэлектриках проводящих включений вызывает многократное локальное повышение ЭП в микрообъемах диэлектрика возле полюсов данных включений и интенсифицирует такие пороговые электрофизические явления, как инжекция электронов в диэлектрик, накопление в нем объемных зарядов и электролюминесценция.

Несмотря на множество электрофизических механизмов необратимого разрушения твердой полимерной изоляции в сильном электрическом поле мировой практикой последних десятилетий доказано, что основной причиной снижения электрической прочности сшитой полиэтиленовой изоляции силовых кабелей на все уровни напряжений является появление в ней проводящих микровключений и в первую очередь влаги и водных суспензий [34, 52, 54, 55, 102–108, 151, 157, 173, 175, 180, 185, 206, 207]. Молекулы и наночастицы воды могут возникать как в процессе изготовления и испытания изоляции, так и при ее транспортировке, прокладке и эксплуатации, в частности, при распаде высокомолекулярных соединений.

Возникновение в диэлектрических средах газовых пор и включений вызывает усиление электрического поля внутри этих газовых дефектов и способствует повышению в них интенсивности

так называемых частичных разрядов. В конечном итоге, все указанные пороговые электрофизические явления приводят к деградации диэлектриков (т.е. ухудшению их электрических свойств) в неоднородном электрическом поле, а затем и к полному их электрическому пробое.

1.1. Возмущение электрического поля проводящими микродефектами твердой полимерной изоляции

В последние десятилетия широкое распространение в электротехнической промышленности получила твердая полимерная электрическая изоляция, в частности, изготавливаемая из сшиваемого полиэтилена. Но даже такая эффективная изоляция подвержена деградации в электрическом поле.

Исследования показали, что идеальная однородная полиэтиленовая изоляция теоретически должна бы выдерживать напряженности ЭП до 800 кВ/мм, но на практике ее электрическая прочность составляет 10 - 40 кВ/мм, причем и она со временем интенсивно снижается в сильном электрическом поле [86].

Мировой практикой доказано, что основной причиной снижения электрической прочности сшитой полиэтиленовой изоляции силовых кабелей на все уровни напряжений является появление в такой изоляции проводящих микровключений и влаги в присутствии электрического поля [34, 52, 54, 55, 102–108, 151, 157, 173, 175, 180, 185, 206, 207]. Такие дефекты могут возникать как в процессе изготовления и испытания изоляции, так и при ее транспортировке, прокладке и эксплуатации.

На рис. 1.1 показаны основные типы микродефектов, которые могут возникнуть в СПЭ изоляции кабелей.

На рис. 1.1 цифрами обозначены следующие дефекты:

- 1 – слабо разветвленный электрический дендрит, возникающий в СПЭ изоляции на поверхности полупроводящего полимерного слоя;
- 2 – микроуглубления в полупроводящих полимерных слоях на поверхности металлических жилы и экрана;
- 3 – микровыступы на поверхности двух полупроводящих полимерных слоев, направленные в объем СПЭ изоляции;

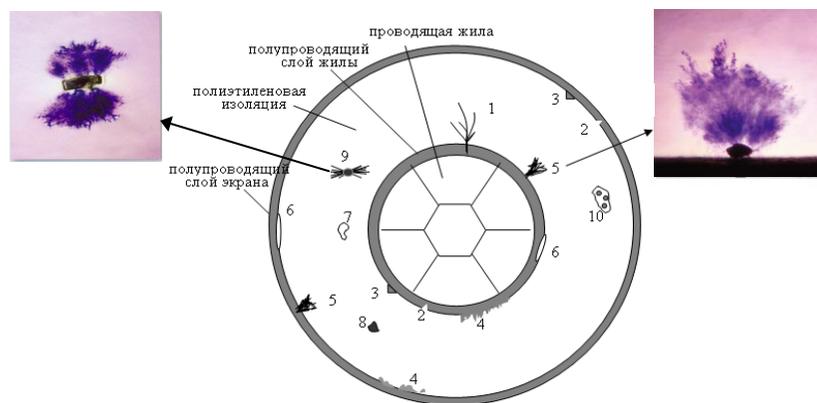


Рис. 1.1. Основные типы микродефектов в СПЭ изоляции силовых кабелей

4 – возможная шероховатость поверхности полупроводящего слоя;

5 – водный микротриинг типа "куст" (или "веер"), возникающий обычно на микровыступе полупроводящего слоя;

6 – газовая микрополость, возникшая в результате расслоения полупроводящего слоя и основной полимерной изоляции;

7 – газовая полость внутри СПЭ изоляции в результате распада ее составляющих или нарушения технологических условий изготовления;

8 – проводящее микровключение внутри СПЭ изоляции, возникающее из-за распада ее составляющих, или попадающее из внешней среды при ее изготовлении;

9 – водный триинг типа "бант" (фотография которого приведена в работе [99]), возникающий на проводящих включениях внутри изоляции;

10 – микропоры внутри СПЭ изоляции, возникающие при несоблюдении технологических условий ее нанесения и термообработки.

Наиболее известными являются два типа локальных усилений ЭП, возникающих в СПЭ изоляции:

– возле острия проводящего поверхностного выступа, направленного внутрь изоляции и

– возле проводящего инородного включения, находящегося внутри объема изоляции.

Эксперименты показывают, что при появлении влаги возле таких проводящих дефектов возникают два типа водных триингов, фотографии которых представлены в работах [34, 40, 105–108]:

– типа "куст" – возле острия поверхностного выступа и

– типа "бант" – возле проводящего включения внутри изоляции.

Исследование локальных неоднородностей электрического поля в результате возникновения наиболее характерных микродефектов представляет собой важную практическую задачу как с точки зрения оптимизации технологических режимов нанесения на токопроводящую жилу кабелей всех полимерных слоев изоляции, так и для разработки критериев оценки ее качества во время эксплуатации.

Известно много работ, посвященных оценке влияния геометрических размеров микродефектов в СПЭ изоляции на ее свойства [4, 6, 7, 16, 20–45, 63–73, 84–209], однако влияние формы и взаимного расположения таких дефектов в локальных объемах СПЭ изоляции на закономерности неоднородного возмущения в ней электрического поля изучено не достаточно.

Проведенные исследования позволили сделать вывод, что микродефекты в сшитой полиэтиленовой изоляции силовых кабелей целесообразно разделять на поверхностные и внутриобъемные (или внутренние).

Поверхностными называют дефекты (микровыступы, полости, включения), возникающие на границе раздела разных элементов (слоев) кабелей: токопроводящей жилы и полупроводящим полимерным экранирующим слоем, полупроводящим слоем и слоем изоляции, между слоем изоляции и вторым полупроводящим полимерным экранирующим слоем, а также между последним полимерным слоем и медным экраном кабеля.

Внутренними дефектами называют субмикронные и микронные полости изоляции, заполненные диэлектрическими газами или проводящей жидкостью, а также инородные микровключения, попадающие в изоляцию при ее изготовлении, испытаниях и эксплуатации.

Если расстояние между отдельными включениями (дефектами) больше их размеров, то такие включения принято называть

одиночными или взаимно удаленными, если меньше – то близко расположенными [102, 103, 113–117, 123, 129, 132, 135, 137–140].

Большинство экспериментальных и теоретических работ посвящалось анализу электрического поля, возмущенного в сшитой полиэтиленовой изоляции силовых кабелей микровыступами на поверхности металлических жил и полупроводящих полимерных экранов кабелей, а также одиночными проводящими микровключениями с размерами 50–100 мкм внутри слоя СПЭ изоляции [27, 34, 40, 54, 55, 66–71, 100, 101, 105–110].

Особое внимание уделялось анализу локальных усилений электрического поля в СПЭ изоляции кабелей на высокие и сверхвысокие напряжения, поскольку средняя напряженность ЭП внутри изоляции таких кабелей может быть до 16 кВ/мм [55] при ее радиальной неоднородности (из-за цилиндрической конструкции кабелей) до 30–40 % [91].

При таких критических значениях напряженности ЭП в полимерной изоляции вероятность возникновения пороговых электрофизических процессов (таких, как инжекция электронов, накопление локальных объемных зарядов, люминесценция, частичные разряды, водные и электрические триинги) является очень высокой [90, 93–95, 97, 98, 102–108]. Следует также учитывать, что указанные пороговые процессы и деградация полимерной изоляции могут возникать и при напряженности поля гораздо меньшей критического значения [4, 6, 24–40, 44–46, 52, 66–69, 73, 86, 93–108].

Поэтому при изготовлении СПЭ изоляции для кабелей на сверхвысокие напряжения необходимо использовать самые передовые технологии устранения в ней микродефектов. По мнению всех мировых заводов-изготовителей этих кабелей и согласно методикам [27, 34, 52, 54, 55], такая изоляция должна иметь самый высокий уровень чистоты и однородности перемешивания ее компонент, а также быть хорошо перерабатываемой.

На рис. 1.2 показаны микрофотографии электрических триингов (впервые приведенные в работах [55, 107]), возникших на инородном включении (рис. 1.2 *а*) и как развитие водного триинга типа "бант" (рис. 1.2 *б*).

Из рис. 1.2 видно, что с поверхности проводящего включения могут образовываться не один, а несколько электротриингов, диаметры каналов которых уменьшаются от их основания к оконча-

нию. С момента возникновения электрических триингов в твердой полимерной изоляции, ее электрическое старение во времени начинает практически полностью определяться интенсивностью развития структуры и диаметра каналов таких триингов.

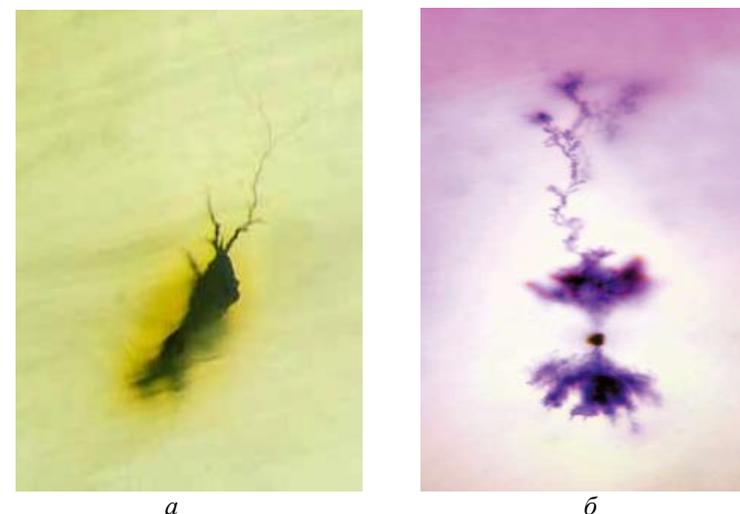


Рис. 1.2. Возникновение электрических триингов в полиэтиленовой изоляции: *а* – на инородном включении; *б* – на водном триинге типа "бант"

Таким образом, анализ пороговых и стохастических электрофизических механизмов деградации твердых диэлектриков в сильных электрических полях показывает необходимость исследования влияния совокупности характеристик микродефектов и микротриингов на интенсивность локальных возмущений в них электрического поля.

1.2. Электрофизические особенности развития водных триингов в полимерной изоляции силовых кабелей

Известно множество экспериментальных исследований, посвященных выявлению причин возникновения водных триингов в твердых диэлектриках, определению закономерностей пороговых

электрофизических процессов и связанных с ними изменений диэлектрических свойств среды [40, 52, 66, 67, 100, 106-108, 125, 130, 133, 139, 167, 180, 190, 193, 198, 203].

Такие исследования затрагивают следующие вопросы:

- влияние характеристик водных триингов на степень возмущения электрического поля в полимерной изоляции силовых кабелей [66, 67, 100, 105, 125-130, 133, 139, 167];

- триингообразование и распределение пространственного заряда при гамма-облучении СПЭ изоляции [191];

- влияние частоты приложенного напряжения на электрические триинги в кабелях со СПЭ изоляцией [180, 203];

- электрическая прочность и развитие водных триингов в изоляции из шитого полиэтилена с добавками, препятствующими развитию триингов [40, 52];

- рассмотрение процесса развития водных триингов в СПЭ изоляции силовых кабелей как электрический эффект Ребиндера [106, 107];

- прогнозирование степени деградации твердого диэлектрика, основанное на химических и электрических измерениях [158].

В работе [191] приведены результаты экспериментального исследования возникновения электрических триингов в СПЭ изоляции (новой и после воздействия гамма-излучения) силовых кабелей при приложенном переменном напряжении. На рис. 1.3 продемонстрировано, что в областях, подвергнутых гамма-облучению, наблюдается разветвление структуры электрических триингов и увеличение скорости их распространения. Наличие в твердом диэлектрике гамма-облученных областей приводит к его преждевременному старению и пробое.

Для исследования формирования пространственного заряда в СПЭ изоляции кабелей использовался метод импульсной электроакустической эмиссии (*PEAE - pulsed electro-acoustic emission method*). Возле электродов выявлено образование одиночных зарядов и их совокупностей, особенно в гамма-облученных областях диэлектрика. На рис.1.4 показаны изменения во времени конфигурации триингов при изменении величины приложенного напряжения.

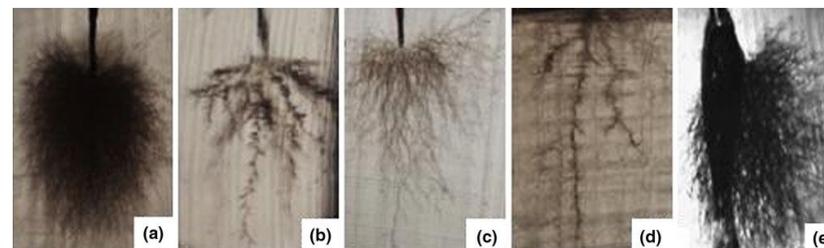


Рис. 1.3 Фотографии электрических триингов в СПЭ изоляции кабеля при приложенном переменном напряжении: (a) триинг типа куст (bush type), (b) триинг типа дерево (tree-like), (c) триинг волокнистого типа (fibrillar type), (d) триинг внутреннего типа (intrinsic type), (e) развитие триинга с дальнейшим пробоем изоляции

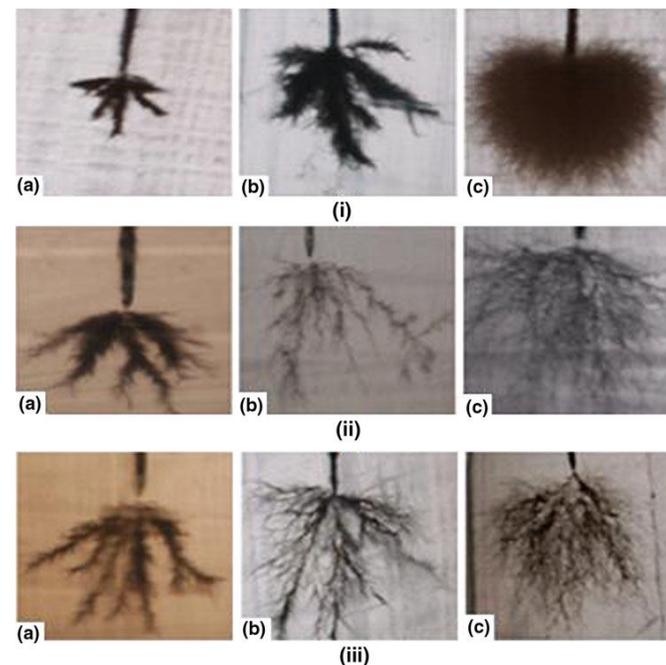


Рис. 1.4. Фотографии электрических триингов при различном приложенном напряжении (I) 12 кВ, (II) 14 кВ, (III) 17 кВ и в различные моменты (a), (b), (c) их развития

При снятии приложенного напряжения плотность инжектированного заряда наиболее сильно уменьшается в гамма-облученных областях. В работе также показано, что при возникновении совокупностей зарядов электрическое поле в изоляционном материале становится сильно неоднородным.

Как заключение показано обратно пропорциональную зависимость между пространственной плотностью заряда в твердом диэлектрике и временем его пробоя из-за образования электрических триингов.

В работе [203] авторы экспериментально исследовали влияния приложенного напряжения разной частоты на возникновение электрического триинга в кабеле со СПЭ изоляцией.

В качестве исследуемого образца использовался диск из сшитого полиэтилена толщиной 5 мм, вырезанный из высоковольтного кабеля, который не эксплуатировался. Игла из нержавеющей стали постепенно вводилась в образец при повышенной температуре 105–110 °С. Диск затем обжигался в течение 5 мин для минимизации любых механических напряжений, возникших в области вокруг иглы, после ее охлаждения до комнатной температуры. К каждому образцу было приложено переменное напряжение 8 кВ частотой 50, 100, 500, 1000 и 2000 Гц.

Для определения влияния приложенного напряжения исследовались время образования, структура и скорость распространения электрических триингов. Так, на рис. 1.5 представлены фотографии возникновения и прорастания электрических триингов в СПЭ изоляции кабелей при приложенном напряжении частотой (а) 50 Гц, (b) 100 Гц, (c) 500 Гц, (d) 1000 Гц и (e) 2000 Гц.

Согласно полученным в [203] экспериментальным результатам, с увеличением частоты приложенного напряжения уменьшалось время образования видимых триингов и возрастала скорость их распространения. Кроме того, с увеличением частоты менялась структура триингов, наблюдались два новых типа: триинги "куст" и "ветка".

Таким образом, экспериментальные результаты подтвердили влияние частоты приложенного напряжения на время образования, структуру и скорость распространения электрических триингов в твердой диэлектрической среде.

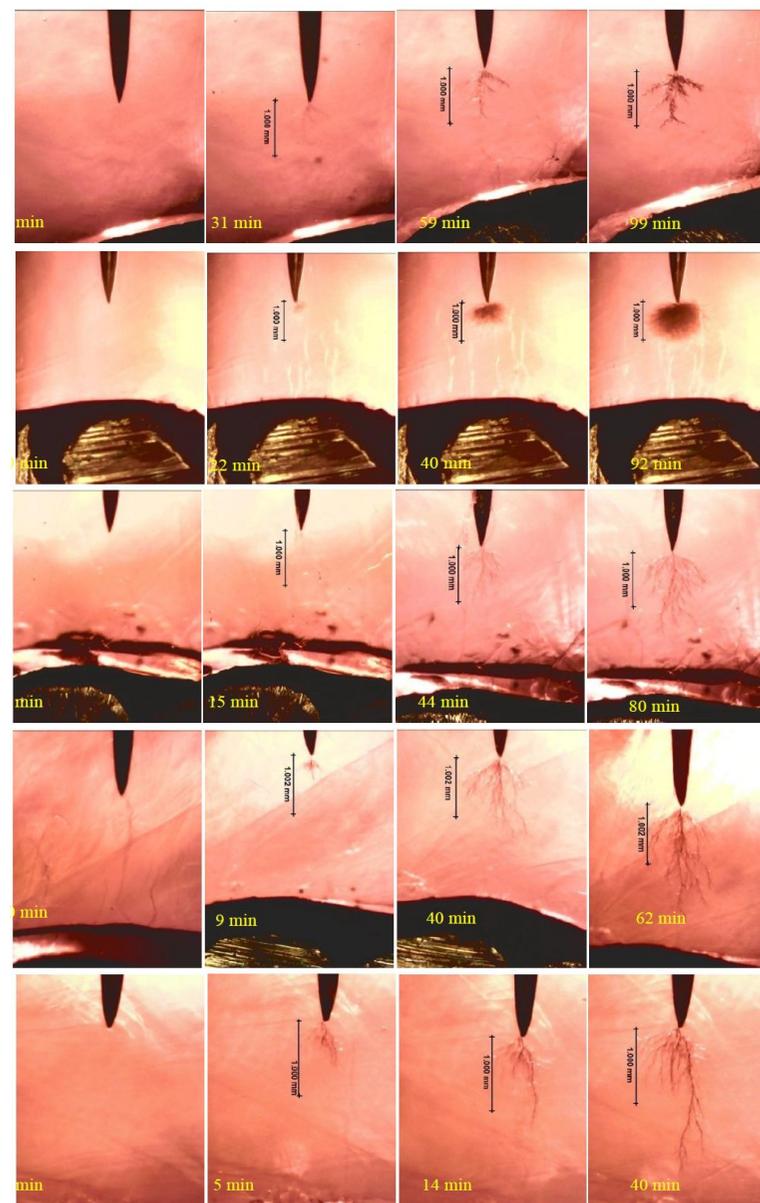


Рис. 1.5 Электрические триинги в СПЭ изоляции кабелей при напряжении частотой (а) 50 Гц, (b) 100 Гц, (c) 500 Гц, (d) 1000 Гц и (e) 2000 Гц

В работах Кри и Шувалова [40, 54, 55, 105-108] исследовано влияние на электрическую прочность кабелей со СПЭ изоляцией среднего и высокого напряжений следующих факторов:

- наличие дефектов в структуре твердого диэлектрика: инородных включений, выступов на токопроводящих поверхностях и газовых полостей;
- физическая неоднородность структуры материала изоляции;
- наличие в твердом диэлектрике остаточных механических напряжений технологического происхождения;
- различная концентрация специально внедренной добавки, препятствующей развитию водных триингов.

На рис. 1.6 *a-g* рассматривались основные типы дефектов СПЭ изоляции силовых кабелей: выступы токопроводящих экранов, газовые полости и инородные включения.

Согласно [107, 108] структура твердого диэлектрика неоднородна и состоит из разных по формам сферолитов размерами менее 1 мкм и многочисленных областей, состоящих из более крупных микросферолитов размерами 2-3 мкм, что показано на рис. 1.7.

На рис. 1.8 *a* продемонстрировано наличие в твердом диэлектрике остаточных механических напряжений технологического происхождения, а на рис. 1.8 *б* и *в* - микроскопических газовых полостей.

Кроме того, проведенные исследования показывают, что люминесцентный краситель по-разному окрашивает триинги в зависимости от уровня разрушения полимера, при этом цвет флюоресценции меняется от зеленого к желтому, оранжевому и далее к темно-красному и коричневому (рис. 1.9).

Скорость роста водного триинга определяется набором параметров: формой и диэлектрической проницаемостью дефекта изоляции, гидрофильностью, растворимостью в воде и химической активностью его составляющих, а также степенью усиления внешнего электрического поля в области диэлектрика возле дефекта [104, 105].

В качестве обобщения полученных экспериментальных результатов авторами предложена качественная модель электрохимического старения полимерной изоляции силовых кабелей, на основе аналогии между ростом водных триингов и эффектом Ребиндера [107, 108].

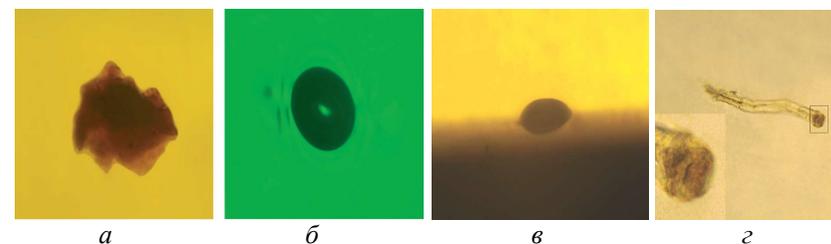


Рис. 1.6. *a* - включение термически разрушенного полиэтилена размером 220 мкм; *б* - газовая полость диаметром 0,5 мм; *в* - выступ на проводящем экране высотой 70 мкм; *г* - волокно хлопка

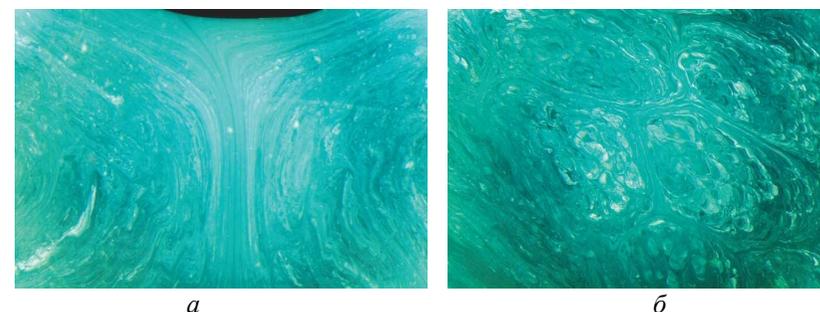


Рис. 1.7. Структура изоляции: *a* - в области «стыка потоков»; *б* - крупномасштабные элементы (облако). Ширина кадра 3 мм

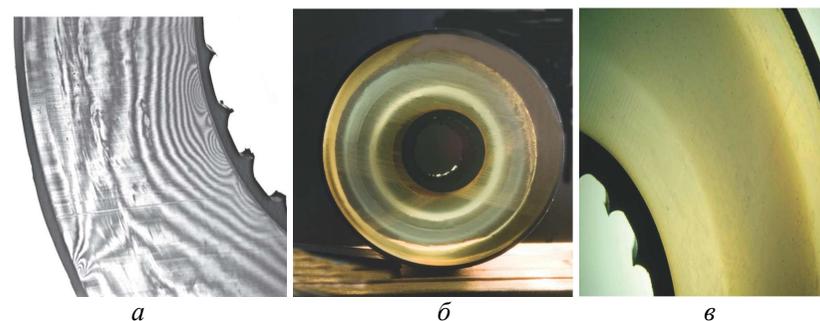


Рис. 1.8. *a* - интерференционные полосы, отражающие поле внутренних механических напряжений изоляции кабеля; *б* - «гало», состоящее из микроскопических газовых полостей, температура 130 °С; *в* - аналогичное «гало» при комнатной температуре

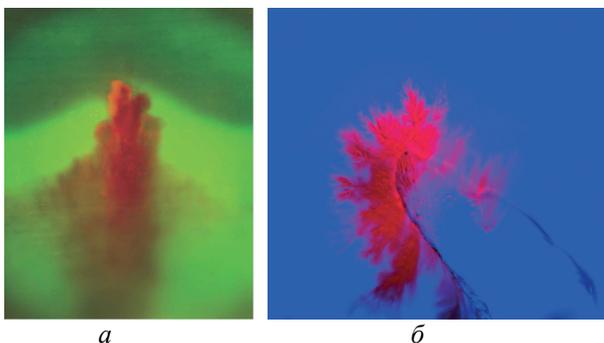


Рис. 1.9. *a* - смещение люминесценции водного триинга в красную область спектра. Видна непрерывная зона разрушения, флуоресцирующая ярко-зеленым; *б* - триинг, выросший на «водяной игле»

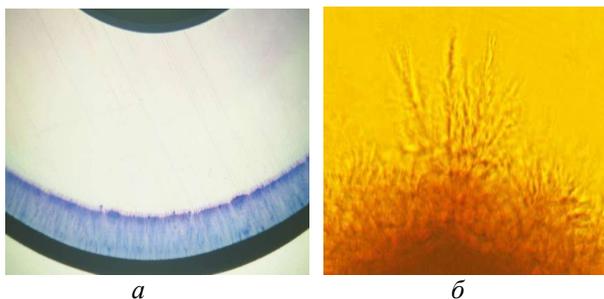


Рис. 1.10. *a* - непрерывная зона разрушения полиэтилена возле внешнего токопроводящего экрана; *б* - выращенный в лабораторных условиях водный триинг формы, близкой к клиновидной

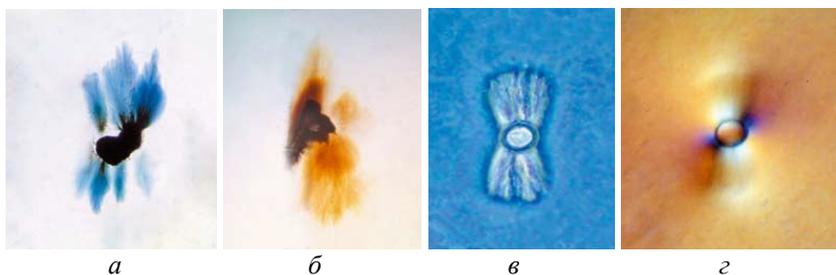


Рис. 1.11. Водные триинги типа «бант» различной конфигурации, обладающие оптическим поглощением в разных областях спектра

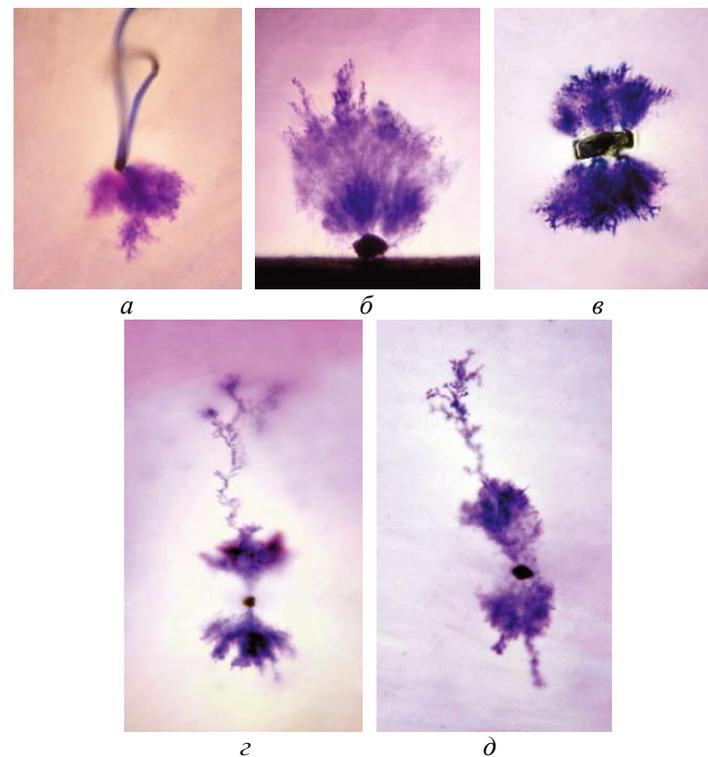


Рис. 1.12. Водные и электрические триинги различной конфигурации, возникшие на разных микродефектах изоляции: *a* - на гидрофильном волокне целлюлозы; *б* - на выступе токопроводящего экрана; *в* - на инородном включении; *г, д* - электрические триинги, возникшие на водных

Эффект Ребиндера - это снижение прочности твердых тел вследствие физико-химических процессов, вызывающих уменьшение поверхностной (межфазной) энергии тела и, как следствие, уменьшение работы образования новых поверхностей в процессе разрушения. Развитие водного триинга сопровождается молекулярным разрушением, окислением полимера, возрастанием концентрации продуктов деградации материала на стенках микропор, которые становятся еще более гидрофильными, концентрация и давление сорбированных молекул также возрастают и создается положительная обратная связь, ускоряющая процесс.

1.3. Аналитические методы расчета электрического поля, возмущенного проводящими включениями в диэлектриках

Применение точных аналитических методов, к сожалению, возможно лишь при расчете электрического поля в диэлектрических средах с включениями простых форм. Но интерес к таким решениям сохраняется, поскольку они могут быть использованы как тестовые результаты для проверки адекватности численных расчетных методик.

Рассмотрим ряд типичных задач расчета электрического поля в диэлектриках с простыми (сферическими) и более сложными включениями типа эллипсоидов, для которых существуют аналитические решения [44, 68, 74]. Для задач о распределении ЭП в диэлектрике возле проводящего шара и проводящего эллипсоида известны точные решения [17, 37, 42, 44, 54, 68, 71, 74].

Одинокое проводящее включение эллипсоидальной формы в однородном электрическом поле

Чтобы найти распределение ЭП в диэлектрике возле проводящего эллипсоида, необходимо вычислить распределение скалярного электрического потенциала φ из уравнения Лапласа в эллипсоидальных координатах ξ, η, ζ [44, 68]:

$$\Delta\varphi = \frac{4}{(\xi - \eta)(\zeta - \xi)(\eta - \zeta)} \left[(\eta - \zeta)R_\xi \frac{\partial}{\partial \xi} \left(R_\xi \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right) + (\zeta - \xi)R_\eta \frac{\partial}{\partial \eta} \left(R_\eta \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) + (\xi - \eta)R_\zeta \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(R_\zeta \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} \right) \right] = 0, \quad (1.1)$$

где a, b, c – полуоси эллипсоида, и ввести обозначение

$$R_u = \sqrt{(u + a^2)(u + b^2)(u + c^2)}, \quad u = \xi, \eta, \zeta.$$

Преобразования от эллипсоидальных координат к декартовым имеют следующий вид:

$$x = \pm \sqrt{\frac{(\xi + a^2)(\xi + a^2)(\xi + a^2)}{(b^2 - a^2)(c^2 - a^2)}},$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{(\xi + b^2)(\xi + b^2)(\xi + b^2)}{(c^2 - b^2)(a^2 - b^2)}},$$

$$z = \pm \sqrt{\frac{(\xi + c^2)(\xi + c^2)(\xi + c^2)}{(a^2 - c^2)(b^2 - c^2)}}.$$

Потенциал φ_0 внешнего однородного ЭП напряженностью E_0 , направленного вдоль оси x , в диэлектрике без проводящего эллипсоида в эллипсоидальных координатах определяется как

$$\varphi_0 = -E_0 x = -E_0 \sqrt{\frac{(\xi + a^2)(\xi + b^2)(\xi + c^2)}{(b^2 - a^2)(c^2 - a^2)}}. \quad (1.2)$$

Электрический потенциал φ возмущенного поля в диэлектрике вне проводящего эллипсоида представлен в виде $\varphi = \varphi_0 + \varphi'$, где φ' – составляющая потенциала, определяющая возмущение внешнего ЭП.

В эллипсоидальных координатах поверхность эллипсоида является координатной поверхностью $\xi = 0$. Ввиду того, что поверхность проводника эквипотенциальна, электрический потенциал φ является функцией только ξ и не зависит от η и ζ . Таким образом, составляющая φ' представляется следующим образом:

$$\varphi' = \varphi_0 F(\xi). \quad (1.3)$$

Уравнение Лапласа (1.1) с учетом (1.3) принимает вид

$$\frac{d^2 F}{d\xi^2} + \frac{dF}{d\xi} \frac{d}{d\xi} \ln [R_\xi(\xi + a^2)] = 0. \quad (1.4)$$

Решением уравнения (1.4) является функция $F(\xi)$, представленная эллиптическим интегралом второго рода:

$$F(\xi) = A \int_{\xi}^{\infty} \frac{d\xi}{(\xi + a^2)R_{\xi}}. \quad (1.5)$$

После определения коэффициента A из выражений (1.2), (1.3) и (1.5) получим окончательное уравнение для потенциала электрического поля в диэлектрике вне проводящего эллипсоида:

$$\varphi = -Ex \left[1 - \frac{\int_{\xi}^{\infty} \frac{ds}{(s + a^2)R_s}}{\int_0^{\infty} \frac{ds}{(s + a^2)R_s}} \right]. \quad (1.6)$$

Для частного случая эллипсоида вращения (т. е. при равенстве двух его полуосей) путем интегрирования уравнения (1.6) в работе [44] получены распределения потенциалов в однородной сплошной диэлектрической среде:

а) потенциал вытянутого эллипсоида вращения

$$\varphi = -Ex \left[1 - \frac{\text{Arth} \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + \xi}} - \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + \xi}}}{\text{Arth} \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} - \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}} \right], \quad (1.7)$$

где связь эллипсоидальной координаты ξ с декартовыми координатами x, y, z определяем уравнением

$$\frac{x^2}{a^2 + \xi} + \frac{y^2 + z^2}{b^2 + \xi} = 1;$$

б) потенциал сплюснутого эллипсоида вращения

$$\varphi = -Ex \left[1 - \frac{\frac{1}{\sqrt{a^2 - c^2}} \text{arctg} \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{c^2 + \xi}} - \sqrt{\frac{c^2 + \xi}{a^2 + \xi}}}{\frac{1}{\sqrt{a^2 - c^2}} \text{arctg} \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{c^2 - 1 - \frac{c}{a^2}}}} \right]. \quad (1.8)$$

Распределение напряженности электрического поля E в диэлектрике по рассчитанному распределению скалярного потенциала φ определяется согласно уравнению

$$E = -\text{grad } \varphi. \quad (1.9)$$

Два близко расположенных проводящих включения сферической формы в однородном электрическом поле

Для решения задачи о нахождении распределения электрического поля в диэлектрике возле двух близко расположенных проводящих включений сферической формы известны следующие подходы:

1. Метод многократных электрических изображений [75, 121]. Если между эквипотенциальными поверхностями двух включений A и B разность потенциалов равняется

$$U = \varphi_A - \varphi_B,$$

то потенциалы сфер можно принять как

$$\varphi_A = +U/2 \quad \text{и} \quad \varphi_B = -U/2.$$

Для обеспечения равного потенциала на поверхности каждой из сфер необходимо поместить точечные заряды:

$$q_{0+} = +4\pi\epsilon R U/2 \quad \text{и} \quad q_{0-} = -4\pi\epsilon R U/2.$$

Наличие близко расположенной сферы B с отрицательным зарядом q_0 в центре проявляется в отображении q_{1-} относительно поверхности сферы A . Для восстановления эквипотенциальности поверхности сферы A необходимо поместить заряд q_{1+} на расстоянии x_1 от ее центра. Аналогично ввиду действия сферы A для восстановления эквипотенциальности сферы B необходимо также поместить заряд q_{1-} на расстоянии x_1 от ее центра. Теперь наличие зарядов q_{1+} и q_{1-} проявится в их отражении от поверхности сфер A и

B , что потребует для восстановления эквипотенциальности новых зарядов q_{2+} и q_{2-} на расстоянии x_2 от их центров и так далее. Таким образом, каждое отображение заряда внутри одной сферы отражается от поверхности другой сферы, причем величина заряда каждого следующего отображения уменьшается, приближаясь к предельному значению ноль.

Напряженность электрического поля в диэлектрике возле поверхности проводящих сферических включений рассчитывается в виде бесконечного ряда:

$$E = \sum_{i=0}^{\infty} q_i \left[\frac{R - x_i \cos \theta}{(R^2 - 2Rx_i \cos \theta + x_i^2)^{3/2}} + \frac{R - (L - x_i) \cos \theta}{(R^2 - 2R(L - x_i) \cos \theta + (L - x_i)^2)^{3/2}} \right].$$

Недостатком такого рассмотрения является плохая сходимость ряда для малых расстояний между включениями. При соотношении $d/2R > 0,005$ необходимо учитывать не менее 100 членов ряда, а при $d/2R > 0,0001$ – не менее 1000 членов.

2. Другим представленным в литературе аналитическим методом решения задачи является решение уравнения Лапласа в бисферических координатах [158]. Распределение напряженности ЭП в диэлектрическом промежутке между включениями представляется бесконечным рядом по полиномам Лежандра:

$$E(\xi, \eta) = \frac{\langle E_0 \rangle d \sqrt{2(ch\xi - \cos \eta)}}{2Rsh\xi_1} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{e^{-(l+\frac{1}{2})\xi_1} P_l(\cos \eta)}{sh((2l+1)\xi_1)} \times \\ \times \left\{ sh \left(\left(l + \frac{1}{2} \right) (\xi + \xi_1) \right) sh\xi + 2(ch\xi - \cos \eta) \left(l + \frac{1}{2} \right) ch \left(\left(l + \frac{1}{2} \right) (\xi + \xi_1) \right) \right\},$$

где $\langle E_0 \rangle = \Delta\phi/d$ – среднее значение напряженности поля вдоль оси между включениями; ξ и η – бисферические координаты; P_l – полиномы Лежандра индекса l ; $\xi_1 = \ln(1 + \beta + \sqrt{\beta(2 + \beta)})$. Бисферическая координата η и полярный угол θ на сфере связаны уравнением

$$\cos \eta = \frac{1 - (1 + \frac{d}{2R}) \cos \theta}{1 + \frac{d}{2R} - \cos \theta}.$$

Координата z вдоль оси симметрии включений выражается через бисферическую координату ξ как

$$z = \frac{Rsh\xi_1 sh\xi}{ch\xi + 1}.$$

3. В литературе также приводятся приближенные формулы для расчета распределения ЭП, которые решаются численными методами (методом конечных элементов).

В работе [42] приводится уравнение

$$E = \frac{\frac{\Delta\phi}{d}}{1 + \left(\frac{d}{2R} \right)} = \frac{\Delta\phi}{d + 2R(1 - \cos \theta)}. \quad (1.10)$$

С использованием подобного приближения в [77] для включений, поверхность которых аппроксимируется параболоидом, приводится уравнение

$$E = \frac{\frac{\Delta\phi}{d}}{1 + \frac{\sin^2 \theta}{\left(\frac{d}{R} \right)}} = \frac{\Delta\phi}{d + R \sin^2 \theta}. \quad (1.11)$$

Приближенные формулы (1.10) и (1.11) при малых углах θ дают результаты с хорошей точностью даже на малых расстояниях между включениями. Однако они плохо применимы для больших углов $\theta > \pi/2$.

В работе [42] предлагается усовершенствовать уравнение (1.10) посредством учета коэффициента усиления ЭП $\alpha(d/2R)$ на полюсе электрода ($\theta = 0$).

Полученное уравнение имеет вид

$$E = \frac{\alpha \left(\frac{d}{2R} \right) \frac{\Delta\varphi}{d}}{1 + \frac{\left(\frac{d}{2R} \right)}{(1 - \cos\theta)}} = \frac{\alpha \left(\frac{d}{2R} \right) \Delta\varphi}{d + 2R (1 - \cos\theta)}, \quad (1.12)$$

где значение коэффициента $\alpha(d/2R)$ варьируется в пределах [1,007; 1,13] при изменениях соотношения $d/2R$ в пределах [0,01; 0,2].

В качестве прикладных задач автором [42] предложено использовать формулу (16) для расчета сил электрического взаимодействия между двумя проводящими включениями, а также расчета вероятности зарождения пробоя в диэлектрическом промежутке между ними.

Сила притяжения включений, действующая вдоль оси их симметрии, равна

$$F_z = \int_S \frac{E^2}{8\pi} \cos\theta ds, \quad (1.13)$$

где S – площадь поверхности включений.

В работах [42, 75] получены два приближенные аналитические уравнения для силы притяжения двух проводящих сферических включений:

$$F_z = \pi R d \left[\left(1 + \frac{d}{2R} \right) \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{4R}{d}} \right) - \frac{d}{2R} \ln \left(1 + \frac{4R}{d} \right) \right] \frac{E_0^2}{8\pi} =$$

$$= \frac{R d E_0^2}{8} \left[\left(1 + \frac{d}{d + 4R} \right) - \frac{d}{2R} \ln \left(\frac{d + 4R}{d} \right) \right]; \quad (1.14)$$

$$F_z = \frac{Q^2}{(2R + d)^2} \frac{4}{2R \left[1 + \ln \frac{4R}{d} \right]^2}, \quad (1.15)$$

где Q – величина одноименного заряда на поверхности включений.

Параметр, определяющий вероятности зарождения пробоя [42] в диэлектрическом промежутке, рассчитывается как

$$J = \int_S \mu(E) ds, \quad (1.16)$$

где $\mu(E)$ – плотность вероятности зарождения пробоя на малом элементе поверхности включения за короткий промежуток времени.

Вид решения для вероятности J зависит от типа аппроксимации $\mu(E)$. Например, для аппроксимации $\mu(E)$ степенной функцией от E ($\mu(E) = AE^n$, где A и n – коэффициенты) в работе [42] получено уравнение

$$J = \frac{\pi R d}{n-1} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{4R}{d} \right)^{n-1}} \right] \mu(E_0). \quad (1.17)$$

В работе [20] аналитически решалась задача о взаимном влиянии двух проводящих круговых включений, электрические сопротивления и радиусы которых различны $R_1 \neq R_2$ (двумерная постановка задачи). Было получено решение для распределения электрического тока в окрестности включений, которое имело вид степенной зависимости от радиусов включений R_1 и R_2 , расстояния d между ними и их относительных удельных электрических сопротивлений. Описанное решение имеет довольно громоздкий вид.

Для упрощения анализа распределения авторами работы [20] рекомендовалось ограничиваться только первым членом. Анализ решения при таком подходе показывает, что взаимное влияние включений между собой носит характер диполь – дипольного взаимодействия. Тем не менее сложность получения расчетов распределения ЭП в диэлектрике возле приведенных проводящих включений и недостаточная точность решения затрудняют его использование на практике.

В работах [19, 57, 153] исследовались электрические характеристики композиционных материалов с регулярной структурой. Применение аналитических методов в работе [19] позволило получить приближенные результаты, использование которых на практи-

ке возможно только в общем виде. Попытки применить такие результаты для создания композиционных материалов с задаваемыми характеристиками не принесли желаемого результата.

В то же время применение численных методов в работах [57, 153] позволило разработать практические рекомендации относительно создания композиционных материалов с желаемыми характеристиками.

В работе [108] аналитические подходы использованы для получения точного решения об электростатическом взаимодействии двух одинаково заряженных проводящих шаров при малых воздушных расстояниях между ними. В результате получены тригонометрические выражения, анализ которых проводился с применением численных методов.

Компьютерный расчет силовых взаимодействий между такими шарами показал, что при уменьшении расстояний между ними все большую роль начинают играть так называемые поляризационные эффекты. В результате поляризационные силы взаимного притягивания шаров становятся больше сил отталкивания их одноименных поверхностных зарядов.

Сделан также вывод о том, что напряженность электрического поля между такими сближающимися предварительно одноименно заряженными шарами может стать достаточной для электрического пробоя воздушного промежутка между ними.

1.4. Методы численного расчета электрического поля, возмущенного проводящими микровключениями в твердых диэлектриках

Для расчета электромагнитных полей в существенно неоднородных средах О.В. Тозони, И.Д. Маергойз, Е.С. Колечицкий, С. Патанкар, В.П. Ильин, П.А. Курбатов, М.И. Мантров, А.Д. Подольцев, М.М. Резинкина, И.Н. Кучерявая, И.П. Стадник и другие ученые обосновали целесообразность применения методов численного моделирования и прикладных программ, реализующих такие методы [29-31, 34, 35, 45, 55, 60-64, 73, 78, 79]. Анализ указанных публикаций показал, что за последние десятилетия в этом направ-

лении произошел большой прогресс, позволяющий подходить к решению самых сложных электротехнических задач.

Стало возможным учитывать объемную форму электродов и проводящих микровключений, наличие нескольких типов диэлектриков с границами раздела сред сложных пространственных конфигураций, присутствие совокупности микровключений с различной пространственной конфигурацией. Такие микровключения, например, могут возникать в диэлектрике при его изготовлении, частичном ионизационном пробое и в результате разложения при возникновении критических электрических и тепловых режимов [9].

Среди преимуществ численных экспериментов следует отметить их низкую стоимость, скорость проведения, полноту получаемой информации, возможность моделирования как реальных, так и идеализированных условий [55]. Во-первых, численный эксперимент гораздо экономичнее эксперимента на полномасштабном или модельном объекте, причем с его усложнением экономия существенно возрастает. Во-вторых, в ходе численных экспериментов возможно просчитать и перебрать множество вариантов для выбора наиболее подходящего для поставленной цели. В-третьих, численное решение задачи обеспечивает возможность нахождения распределения всех переменных во всей расчетной области. В-четвертых, численный эксперимент позволяет учесть множество факторов для максимально точного приближения к реальным условиям. С другой стороны, возможно выделить наиболее существенные факторы влияния на исследуемый объект и пренебречь влиянием несущественных явлений. При этом допускается наличие упрощений и приближений при расчетах: двумерность модели, однородность среды и т.д.

Среди недостатков численного моделирования следует отметить зависимость от корректности математической постановки задачи, при необоснованности допущений полученные количественные результаты будут недостоверными. Также важно выбрать подходящий численный метод решения системы уравнений и оптимизировать количество расчетных элементов и размеры расчетной области для достижения достаточной точности вычислений. С одной стороны, увеличение этих параметров приводит к возрастанию точности расчетов, с другой, – к увеличению затрачиваемых вычислительных ресурсов.

В монографии проведен анализ большинства существующих подходов к численному расчету распределения электрических полей с целью выбора подхода, наиболее отвечающего всем перечисленным выше требованиям. При исследовании возмущений внешнего ЭП в локальных областях диэлектрика с проводящими включениями необходимо учитывать особенности геометрических форм и взаимных расположений включений, различные электрические свойства сред.

Подход, позволяющий использовать метод конечных элементов для расчета двумерных квазистационарных электромагнитных полей в открытых областях, описан в работе [53]. Однако в этой работе рекомендуется использовать данный подход только для оценочных расчетов, поскольку предложенные граничные условия лишь приближенно описывают распределение электромагнитных полей на границах расчетной области.

В работе [73] описано повышение эффективности метода интегральных уравнений при расчете магнитостатических полей в кусочно-однородных средах. Реализация методики расчета указанных полей осуществлена за счет разбиения неоднородных сред на области с одинаковой магнитной проницаемостью. Для улучшения сходимости решения вводились дополнительные уравнения и коэффициенты, что усложняло применение данного подхода при наличии включений сложных форм и конфигураций.

Метод интегральных уравнений давно широко применяется для расчета электромагнитных и электростатических полей. Однако из-за сложности его применения для расчета трехмерных полей он обычно применяется для расчета полей в аксиально-симметричных системах [38, 78–80]. Применение метода интегральных уравнений наиболее целесообразно при расчете электрических полей в незамкнутых областях со сравнительно простой конфигурацией границ раздела сред, когда число точек, где требуется расчет поля, невелико.

Применять метод интегральных уравнений для расчета электрических полей в неоднородных средах со многими границами раздела достаточно сложно, поскольку количество неизвестных, представляющих собой заряды на поверхностях раздела сред, может оказаться чрезвычайно большим. Следует учитывать также, что при изменении границ раздела сред (например, при наличии боль-

шого количества включений с изменяемой формой), коэффициенты решаемой системы уравнений, а также ее порядок будут также меняться. Таким образом, при изменении границ раздела сред в исследуемом объеме задача должна быть переформулирована. Поэтому использование метода интегральных уравнений в данном случае привело бы к существенному усложнению и без того сложной задачи, которая может быть нереализуемой даже с применением современных компьютеров.

В работах [40, 41, 62, 140, 141, 143] представлены расчеты ЭП в газовых включениях твердой изоляции. Выполнен анализ влияния размеров и конфигураций включения на максимальную напряженность поля и интенсивность частичных разрядов. В то же время анализ влияния размеров, формы и конфигурации проводящих микровключений в твердой изоляции в этих работах не проводился.

Применение известного метода эквивалентных зарядов даже для случая квазистационарного приближения является ограниченным из-за невозможности учета сложных форм проводящих включений, что показано в работе [131, 136, 139]. К числу достоинств метода эквивалентных зарядов можно отнести его большую экономичность по количеству решаемых уравнений, чем в методе интегральных уравнений вследствие того, что коэффициенты матрицы при расчете поля вычисляются по замкнутым формулам. Однако практическое применение данного метода наталкивается на существенные трудности, так как выбор величины и месторасположения эквивалентных зарядов носит в основном эвристический характер [34, 35].

При расчете электрических полей в диэлектрических средах с микровключениями сложных пространственных конфигураций возможно применение метода конечных разностей [67]. Такой численный метод предполагает нанесение на расчетную среду пространственной сетки, которую не нужно менять при изменении границ раздела сред.

Применение метода конечных разностей для расчета электромагнитных полей в неоднородных (кусочно-линейных) средах требует введения дополнительных уравнений, которые связывают значения искомой функции по обе стороны от границы раздела сред. Поскольку при появлении новых границ раздела должны вводиться новые уравнения, то существует опасность, что для неодно-

родной среды разностная схема может быть расходящейся, как показано А.А. Самарским в работе [51].

Для того чтобы этого не произошло, при использовании метода конечных разностей для случая разрывных коэффициентов рекомендуется использовать консервативные схемы, получаемые с помощью интегро-интерполяционного метода или метода баланса [51, 104].

Поэтому использование метода конечных разностей наиболее целесообразно при расчете электрического поля во всем объеме диэлектрика, который является замкнутой расчетной областью. Этот метод может быть использован также для расчета распределения электрического поля вдоль поверхности диэлектрика при различной степени его увлажнения.

Применение метода конечных разностей для расчета трехмерных ЭП обычно затруднено, поскольку при задании точных условий для искомых параметров поля на границах расчетной области усложняется генерация необходимой расчетной сетки. Поэтому данный метод применяется для решения задач в двумерной постановке при отсутствии в расчетной области близко расположенных проводящих включений.

В ряде публикаций [55, 60–62, 64, 103, 106] используется метод конечных объемов, применяемый для решения краевых задач в открытых областях гетерогенных сред. Этот метод предполагает интегрирование решаемого дифференциального уравнения по объему каждой элементарной ячейки, на которые разбита исследуемая среда, что позволяет учесть неоднородность ее свойств. Работы, в которых описано использование данного метода, относятся в основном к области механики, а также теплообмена и динамики жидкости [55].

Метод конечных объемов используется также для расчета высокочастотных электромагнитных полей [60–62, 64, 103, 106] и при решении задач расчета квазистационарных электрических и магнитных полей в композитах [58, 151]. Одним из важных свойств такого метода является использование в нем закона сохранения количества электричества на любой группе конечных объемов и во всей расчетной области. Таким образом, решение даже при грубой расчетной сетке удовлетворяет точным интегральным балансам.

Широкие возможности данного метода могут быть использованы также при решении задач расчета квазистационарных электрических полей в расположенных в открытых областях неоднородных средах с включениями сложной формы.

В то же время применение такого метода связано с необходимостью для каждой задачи задавать на границе расчетной области поглощающие условия, определяемые индивидуально и проверяемые по полученным результатам. Это существенно ограничивает область применения метода конечных объемов, называемого в последнее время также численным методом конечного интегрирования.

В последние годы при решении задач расчета параметров электрического поля, возмущенного гетерогенными микродефектами диэлектрической среды, наиболее широкое применение получил метод конечных элементов. Применение этого численного метода возможно и при наличии в диэлектрической среде проводящих включений сложной формы и взаимного пространственного расположения, а также при сложной конфигурации границ раздела разных сред. Построение сетки в данном методе в настоящее время наиболее целесообразно осуществлять в пакете прикладных программ Comsol Multiphysics [156], в котором имеется несколько критериев итерационного выбора параметров расчетной сетки и координат узлов. В данном пакете реализована возможность упрощения расчетных задач при наличии осесимметричных проводящих включений и расчетных объемов. В этом случае вместо расчета трехмерных ЭП возможна разработка моделей для расчета двумерных полей, что существенно упрощает проведение таких расчетов и увеличивает их точность.

Наибольшим преимуществом пакета прикладных программ Comsol Multiphysics является реализация высокой наглядности получаемых результатов, что упрощает получение обобщающих выводов. В работах А.К. Шидловского, А.Д. Подольцева, И.Н. Кучерявой, В.М. Золотарева, Ю.В. Перетятко показана эффективность применения метода конечных элементов, реализованного в пакете программ Comsol Multiphysics для анализа закономерностей увеличения максимальной напряженности ЭП в диэлектриках при увеличении размеров электропроводящих включений и уменьшении расстояния между ними вдоль поля [21, 25, 56-58, 91-93, 98-108]. Такой подход позволяет учитывать и сложную форму, и особенности

трехмерной ориентации в электрическом поле близко расположенных микродефектов в СПЭ изоляции.

В то же время последние исследования показали, что не всегда увеличение размеров проводящих включений вдоль ЭП, а также уменьшение радиуса округления их полюсов вызывают увеличение максимальной напряженности поля в диэлектрической среде, как представлялось ранее. Эти обстоятельства, а также отсутствие закономерностей увеличения силового взаимодействия электрического поля с зарядами, индуцированными на поверхности проводящих включений (как взаимно удаленных, так и близко расположенных), при изменении их размеров, формы и пространственной конфигурации существенно ограничивали оценку детерминированных и стохастических процессов деградации таких диэлектриков в электрическом поле, возмущенном совокупностью проводящих микровключений.

Важным было также решить задачу об увеличении в переменном электрическом поле постоянных и пульсирующих сил воздействия проводящих твердых и жидких включений на структуру твердого диэлектрика, для чего предварительно надо исследовать изменение величины и плотности одноименных зарядов, индуцируемых на полюсах проводящих включений.

1.5. Анализ механизмов изменения формы и взаимного расположения капель воды в сильном электрическом поле

Впервые явления изменения формы капель жидкости под воздействием внешнего электрического поля исследовал в 1964 году Джеффри Ингрэм Тейлор. Изучая влияние разряда молнии на форму дождевых капель, он установил, что в отсутствие ЭП капли имеют сферическую форму, а под воздействием сильного поля превращаются в подобие игл.

В работе [177] на основе проведенного на математической модели численного эксперимента продемонстрировано замерзание нанокapели жидкости в сильном ЭП при неизменных внешних температуре и давлении. То есть показано изменение агрегатного со-

стояния (кристаллообразование) без изменения термодинамических параметров.

Эксперимент проводился с каплями амида муравьиной кислоты, молекулы которого полярны и обладают дипольным моментом почти в два раза большим, чем у воды. Во внешнем ЭП капли вытягивались в направлении силовых линий поля, что известно из более ранних работ [46, 81, 110, 121, 138]. При увеличении его напряженности E до критического значения 0,5 В/нм капли приобрели форму игл (длины полуосей соотносились как 12:1). После достижения значения $E = 1,5$ В/нм сначала в жидкости прекратилось диффузионное движение, а затем сформировались отдельные кристаллы формамида.

После изучения структуры кристаллов авторы [177] заключили, что полярные молекулы выстраиваются в решетке таким образом, чтобы минимизировать свободную энергию. Наличие ЭП и переориентация молекул приводят к появлению у формамида сегнетоэлектрических свойств. Наблюдается гистерезис зависимости поляризации P от напряженности внешнего поля E .

Процесс кристаллообразования являлся обратимым. Снижение уровня напряженности ЭП до нуля привело к «расплавлению» кристаллов и последующему превращению жидких игл в сферические капли.

На рис. 1.13 показано изменение формы и дальнейшая электрокристаллизация капель формамида диаметром 10 нм. По вертикальной оси отложено соотношение полуосей капли, по горизонтальной - напряженность ЭП.

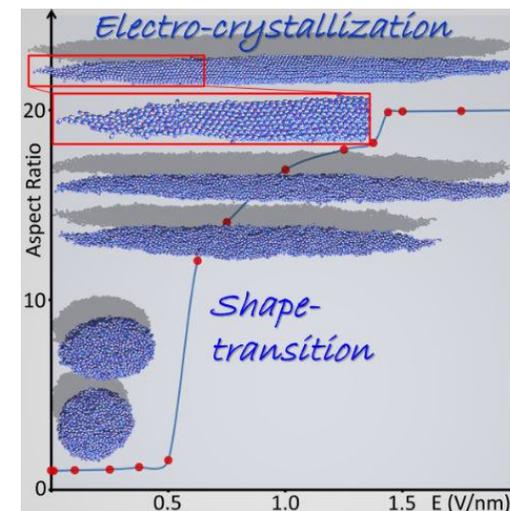


Рис. 1.13. Изменение формы и электрокристаллизация капель формамида диаметром 10 нм

Авторы предполагают, что обнаруженный эффект поспособствует разработкам в области направленной доставки лекарств, наноинкапсуляции, а также печати наноструктур.

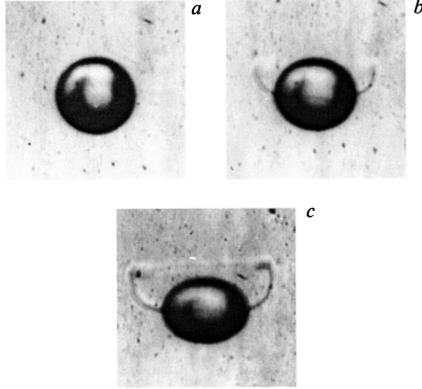


Рис. 1.14. Форма капли ПФМС в касторовом масле.

Вектор напряженности поля направлен по вертикали:
 а - $E_0 = 0$ В/мм; б - $E_0 = 250$ В/мм;
 с - $E_0 = 350$ В/мм

Автором определены условия деформации капли в вытянутый или сплюснутый относительно силовых линий ЭП сфероид.

Решения гидроэлектродинамического уравнения для давлений p_i , p_e , скоростей V_i , V_e и потенциалов φ_i , φ_e жидкости внутри (индекс i) и снаружи (индекс e) капли представлены в [109]:

$$p_i = const + \frac{\mu_i}{\mu_i + \mu_e} \sum_n (2n+2)(2n+3) a_n r^n P_n(\cos \theta),$$

$$p_e = const + \frac{\mu_e}{\mu_i + \mu_e} \sum_n 2n(n-1) b_n \frac{1}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta),$$

$$V_i = \sum_n a_n ((n+3)r^2 \nabla(r^n P_n(\cos \theta)) - 2nr^{n+1} P_n(\cos \theta)) + \sum_n (n+1) c_n \nabla(r^n P_n(\cos \theta)),$$

$$V_e = \sum_n b_n ((2-n)r^2 \nabla(\frac{1}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta)) + 2(n+1)r \frac{1}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta)) - \sum_n n d_n \nabla(\frac{1}{r^{n+1}} P_n(\cos \theta)),$$

$$\varphi_i = \sum_n C_n P_n r^n,$$

$$\varphi_e = -r \cos \theta + \sum_n B_n P_n / r^{n+1},$$

где μ_i , μ_e – вязкости жидкостей капли и внешней среды; $P_n(\cos \theta)$ – полином Лежандра; r – радиус капли; a_n , b_n , c_n , B_n , C_n – константы вычислений.

На рис. 1.14 показаны результаты эксперимента по деформации капли кремнийорганического полимера полиметилфенилсилоксана (ПФМС) в касторовом масле под действием электрических сил, которые подтверждают достоверность модели.

В [189] исследовалась деформация незаряженных капель воды, свободно подвешенных в вертикальной аэродинамической трубе под воздействием внешнего вертикального, горизонтального и при отсутствии электрического поля. Из экспериментальных фотографий рис. 1.15 видно, что ЭП вытягивает капли вдоль их оси и такое вытягивание увеличивается с увеличением электрического поля, что хорошо согласуется с результатами [46, 81, 110, 121, 138].

Авторы заключили, что горизонтальное ЭП деформирует капли сильнее, чем вертикальное и наблюдаемый эффект проявляется сильнее с ростом размера капли. То есть чем больше размер капли, тем больше отличие между соотношением ее полуосей b/a (вдоль и поперек поля) в горизонтальном ЭП, по сравнению с соотношением полуосей b/a в вертикальном ЭП.

При исследовании зависимости степени деформации капли от частоты приложенного поля замечено, что в горизонтальном ЭП соотношение полуосей капли чаще принимает большие значения,

чем в вертикальном. То есть в горизонтальном поле разброс капель в облаке по размерам больше и, следовательно, скорость роста капель выше, чем в вертикальном.

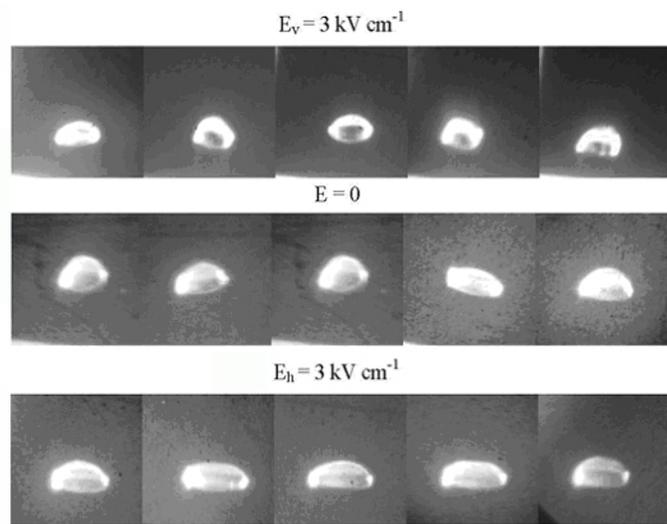


Рис. 1.15. Фотографии капель воды, подвешенных в вертикальной аэродинамической трубе под действием электрического поля: *a* - вертикального, *b* - при его отсутствии; *в* - горизонтального. Время между двумя последовательными кадрами 20 мс

Работа [149] описывает вариационную постановку и реализацию численным методом конечных элементов задачи об учете сил поверхностного натяжения при деформации капель жидкости. Эволюция границы раздела сред описывалась с помощью дифференциального уравнения Лагранжа. При такой постановке поверхностное натяжение рассчитывается через уравнение Лапласа-Юнга. Основное уравнение, описывающее поведение ньютоновских жидкостей, аппроксимируется с конечным шагом по времени, в результате чего уравнения для функции свободного поверхностного потока сильнее зависят от геометрии поверхности, чем от скорости потока. Затем эти нелинейные уравнения решаются, используя метод Ньютона-Рафсона.

Авторы работы [149] выполнили численные расчеты и сравнили полученные результаты с решением дифференциальных уравнений при параметризации уравнения Лапласа-Юнга для равновесных форм капель жидкости под действием силы тяжести для различных граничных условий контактного угла. Полученные значения показали хорошую сходимость.

Результаты численных экспериментов для капель, свисающих из трубки, показаны на рис. 1.16 и 1.17. Длина дуги s трубки радиусами капель $R_1 = 0,1$ см и $R_2 = 0,25$ см принимала значения $s_1 = 0,15$ см, $s_2 = 0,3$ см и $s_3 = 0,45$ см, а также $s_4 = 0,3$ см, $s_5 = 0,5$ см и $s_6 = 0,75$ см.

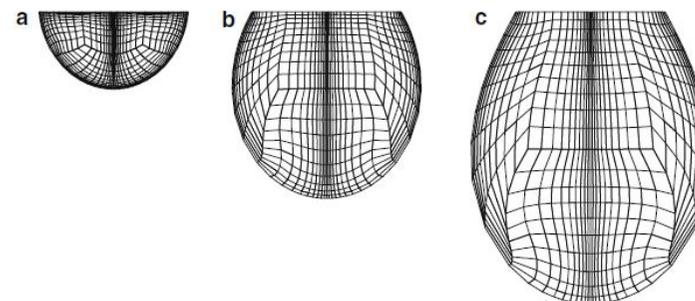


Рис. 1.16. Результаты конечноэлементного вычисления для капли радиусом $R_1 = 0,1$ см, висающей из трубки с различной длиной дуги: *a* - $s_1 = 0,15$ см; *b* - $s_2 = 0,3$ см, *в* - $s_3 = 0,45$ см

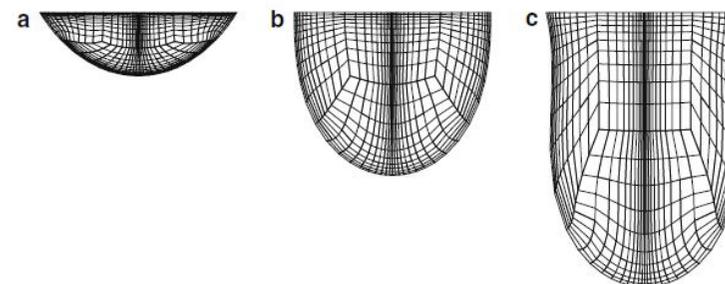


Рис. 1.17. Результаты конечноэлементного вычисления для капли радиусом $R_2 = 0,25$ см, висающей из трубки с различной длиной дуги: *a* - $s_4 = 0,3$ см; *b* - $s_5 = 0,5$ см, *в* - $s_6 = 0,75$ см

Деформацию и слияние двух близко расположенных капель проводящей жидкости, взвешенных в диэлектрической жидкости, под действием электрического поля исследовали в работе [144].

Численный расчет деформации границ раздела воды и масла и взаимодействие двух капель под действием электрических сил проводился при учете влияния электростатического давления и межфазного натяжения. Использовался дискреционный метод Лагранжа-Эйлера (*arbitrary lagrangian-eulerian (ALE) method*) для создания элементной сетки, учитывающей деформации.

Результаты математического моделирования сравнивались с результатами проведенного эксперимента по воздействию на капли воды, находящиеся на кончике капиллярной трубки и свободно взвешенные в масле приложенного однородного ЭП.

На рис. 1.18 представлены экспериментальные фотографии деформации двух близко расположенных капель жидкости под действием электрических сил: *a* - начальная конфигурация при отсутствии электрического поля; *б* - критическая конфигурация, т.е. последняя устойчивая деформация перед слиянием капель.

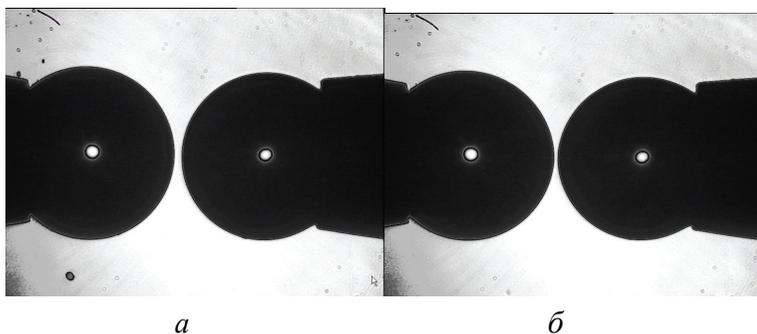


Рис. 6. Экспериментальные фотографии деформации двух капель: *a* - начальная конфигурация без ЭП; *б* - критическая конфигурация, последняя устойчивая деформация перед слиянием капель

Условия существования стационарного решения представлены критическим электрическим числом Бонда (безразмерным параметром, выражающим соотношение гравитационных сил и

сил поверхностного натяжения), записанным как функция относительного начального расстояния между обращенными друг к другу поверхностями капель.

В работе [75] представлены исследования деформации и слияния двух близко расположенных капель проводящей жидкости взвешенных в диэлектрической жидкости под действием внешнего электрического поля.

Получено уравнение, описывающее деформацию капель жидкости в асимптотическом случае их сверхблизкого расположения в однородном внешнем ЭП. Для пары капель на коаксиальных кольцах и капиллярных трубках определялись критические условия существования стационарного решения.

В частности, слияние капель вследствие действия электрических сил наблюдается при таком искажении границ раздела сред, когда расстояние между поверхностями капель уменьшается на 50 % по сравнению с первоначальной конфигурацией, что показано на рис. 1.19.

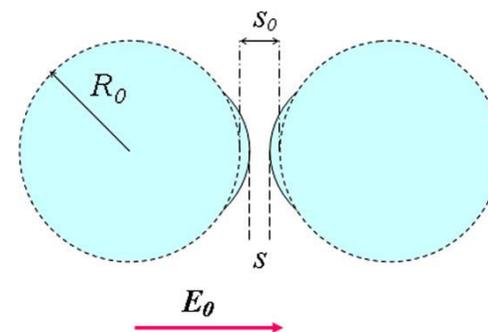


Рис. 1.19. Деформация двух одинаковых капель жидкости под действием электростатических сил, особенно в наиболее близких друг к другу областях

Авторами этой работы также предложено приближенное выражение для критического поля, полученное на основании полуэмпирических выражений, оценивающих разности потенциалов между двумя близко расположенными сферами как функцию внешнего поля, радиусов сфер и расстояния между ними. Расположение эк-

виопотенциальных кривых (значения потенциалов равны потенциалам капель) для пары нейтральных капель во внешнем однородном ЭП и распределение поверхностной плотности индуцированного заряда представлены на рис. 1.20.

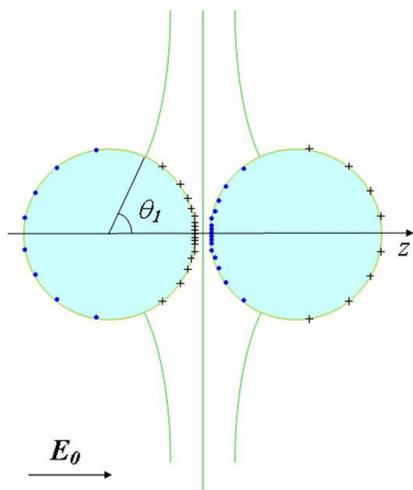


Рис. 1.20. Эквипотенциальные линии и распределение поверхностной плотности заряда для пары нейтральных капель во внешнем ЭП

ний и величины их заряда. Показано, что в первом случае наблюдается только отталкивание шаров, а во втором и третьем случаях в довольно обширной области значений параметров системы шары на близких расстояниях притягиваются. Найдены границы таких областей значений параметров.

Также приводятся результаты экспериментов, в которых наблюдалось как отталкивание, так и притяжение одноимённо заряженных шаров. Экспериментальная установка показана на рис. 1.21. Результаты теоретических расчетов и экспериментов находятся в удовлетворительном качественном и количественном соответствии.

В работе [75] рассматривалась задача о взаимодействии двух проводящих заряженных шаров в рамках трёх постановок: 1) шары поддерживаются при постоянных равных потенциалах; 2) один из шаров заряжен и изолирован, второй поддерживается при постоянном потенциале того же знака, как и заряд первого; 3) оба шара одноимённо заряжены и изолированы.

Авторами этой работы исследовалась зависимость возникающих электрических сил от радиусов шаров, взаимных расстоя-

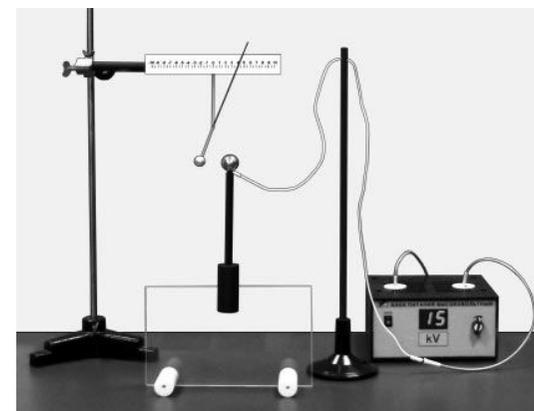


Рис. 1.21. Экспериментальная установка: 1 – пенопластовый шар, покрытый алюминиевой фольгой; 2 – полиэтиленовый стержень; 3 – стальная ось вращения; 4 – полиэтиленовый держатель; 5 – стрелка; 6 – шкала; 7 – эбонитовый стержень; 8 – направляющая пластина; 9 – стойка из эбонита; 10 – стальной никелированный шар, соединённый с одним из полюсов высоковольтного источника

Учитывая сложность анализа пороговых электрофизических явлений на физических моделях, исследования закономерностей возмущений ЭП в диэлектрической среде с проводящими микровключениями различной конфигурации (чему посвящена монография) целесообразно проводить методами математического моделирования, в частности, с применением численного метода конечных элементов, реализованного в пакете программ Comsol Multiphysics.